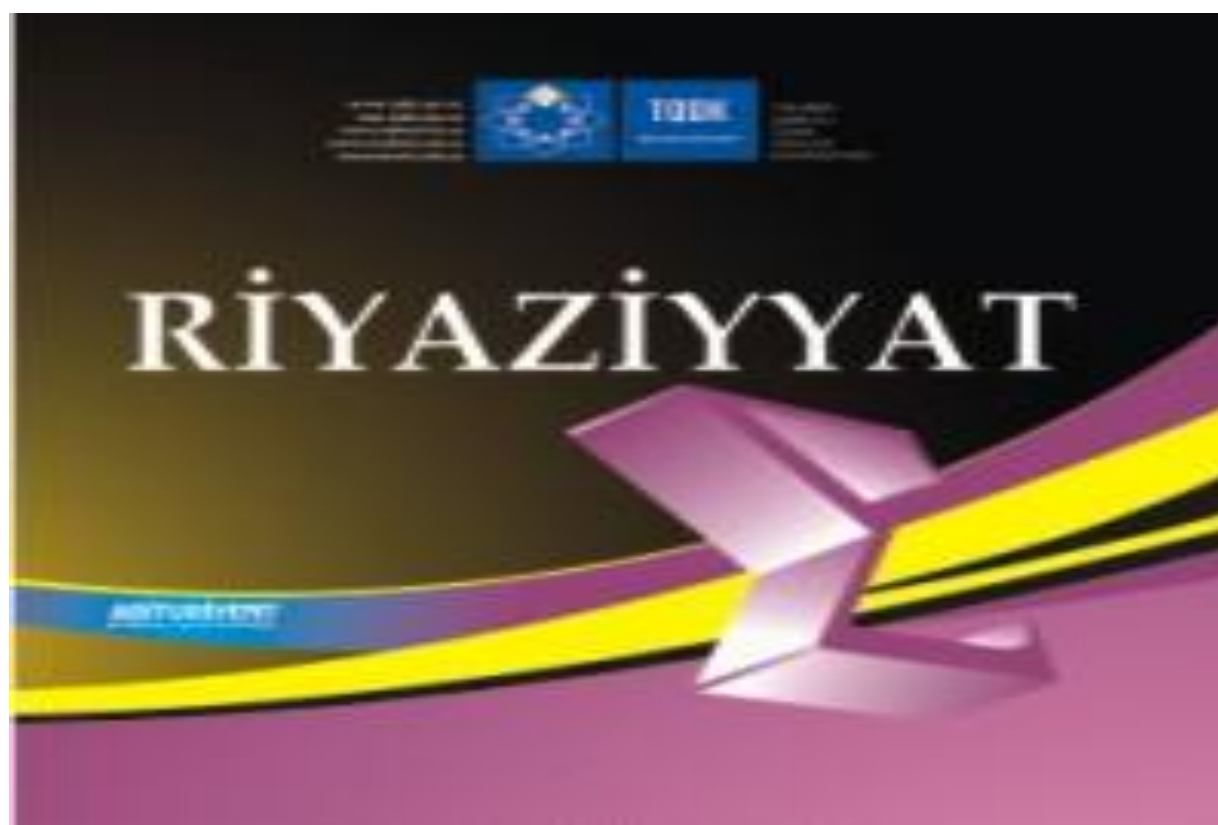


E.M.Cavadov



VII – VIII S İ N İ F L Ə R

Abituriyentlər üçün dərs vəsaiti

Ədədi ifadələr.

Əməl işarələri ilə bağlanan ədədlər ədədi ifadələr adlanır. Hər bir ədədin özü də ədədi ifadədir. $3+5$; $4+3\cdot 2$; $(5+3\cdot 2):6$; $3-\frac{2}{5}$; $6:3$ və s. ədədi ifadələrdir. Ədədi ifadədə əməlləri yerinə yetirdikdən sonra alınan ədəd həmin ifadənin qiymətidir.

Dəyişəni olan ifadələr

İfadəyə müxtəlif qiymətlər ala bilən hərflə daxil olduqda, ona dəyişəni olan ifadə və ya cəbri ifadə deyilir.

$2x+3$; $b+\frac{a}{2}$; $\frac{a+2}{a-3}$; a^2+5 ; $\frac{5}{x-3}$ və s. dəyişəni olan ifadədir.

Cəbri ifadələr iki cür olur: tam rəasional ifadələr, kəsir rəasional ifadələr. Tam ifadələrin məxrəcində dəyişən olmur. Məsələn,

$\frac{9x}{7}$; $\frac{7x^5+3}{4}$; $12x+4y$; $9a^{15}b^{12}$; x^2+y^2-4 tam ifadədir.

Məxrəcində dəyişən olan ifadəyə kəsir rəasional ifadə deyilir.

$\frac{3x+4}{2x+5}$; $\frac{7x+2}{2}+\frac{4}{x}$; $\frac{2x+5}{x^2+3}$ və s.

Ədədi ifadə ilə dəyişəni olan ifadənin fərqi ondadır ki, ədədi ifadə yalnız bir qiymət alır, dəyişəni olan ifadə ona daxil olan dəyişəndən asılı olaraq bir neçə qiymət ala bilər.

a) $2a+3$ ifadəsinin qiymətini $a=5$ olduqda tapmaq

$$2a+3=2\cdot 5+3=13$$

b) $\frac{2}{x-1}$ ifadəsi $x=1$ olduqda təyin olunmayıb, mənasızdır, çünki $\frac{2}{x-1}=\frac{2}{1-1}=\frac{2}{0}$

mümkün deyil. Sıfıra bölmək olmaz.

Tam ifadənin dəyişənin bütün qiymətlərində mənası vardır, yəni onun təyin oblastı bütün ədədlərdir. Dəyişənin mümkün qiyməti dedikdə, elə qiymətlər nəzərdə tutulur ki, bu ifadənin həmin qiymətlərdə mənası olsun.

$y = 2x + 3 - \frac{x+5}{3x-6}$ ifadəsinin təyin oblastını (DMQ) tapaq. Bu ifadənin

mənasının olması üçün məxrəc sıfırdan fərqli olmalıdır.

$$3x - 6 \neq 0$$

$$3x \neq 6 \Rightarrow x \neq 2$$

Cavab: $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

• İfadədə dəyişən modul daxilində verilərsə, başqa sözlə $|x|$, $3|a| + 2b^2$ və bu kimi ifadələr rəasional ifadələr deyil.

Eynilik

Dəyişənin istənilən qiymətində doğru olan bərabərliyə eynilik deyilir. Eyniliyi isbat etmək üçün tərəflərdən birini götürüb sadələşdirirlər. Əgər digər tərəfi alınarsa, eynilik doğru hesab olunur.

$$a + b = b + a$$

$$(a + b)c = ac + bc$$

$$|a - b| = |b - a| \quad \text{və s. eynilikdir.}$$

Eynigüclü tənliklər.

Həlləri eyni olan tənliklərə eynigüclü tənliklər deyilir.

• Tənliyin hər iki tərəfinə eyni bir ədədi əlavə etsək və ya çıxsaq onunla eynigüclü tənlik alınar.

$$x + 5 = 10$$

$$x + 5 + 8 = 10 + 8$$

$$x = 10 - 5$$

$$x + 13 = 18$$

$$x = 5$$

$$x = 18 - 13$$

$$x = 5$$

• Tənliyin hər iki tərəfini sıfırdan fərqli eyni bir ədədə vursaq və ya bölsək, onunla eynigüclü tənlik alınar.

- Toplananların işarəsini əksinə dəyişməklə bir tərəfdən digər tərəfə keçirsək, onunla eynigüclü tənlik alınar.
- Tənliyin bütün hədlərinin işarəsini eyni vaxtda dəyişsək, onunla eynigüclü tənlik alınar.

Birdəyişənli xətti tənliklər

$ax = b$ şəklində olan tənliyə birdəyişənli xətti tənlik deyilir.

Xətti tənliyin köklərinin olması a və b parametrlərindən asılıdır.

1. $a = 0, b = 0$ olsa, tənliyin sonsuz sayda həlli var; $0 \cdot x = 0$
2. $a = 0, b \neq 0$ olsa, tənliyin həlli yoxdur.

$$0 \cdot x = 3 \Rightarrow x = 3 : 0 \text{ mümkün deyil.}$$

3. $a \neq 0$ olsa, tənliyin yeganə həlli vardır.

$$3 \cdot x = 12$$

$$x = 12 : 3$$

$$x = 4$$

Bəzən a və b əmsalları başqa dəyişəndən asılı olur. Belə dəyişənə parametr deyilir.

Misal 1. p parametrinin hansı qiymətində $(p+1)x = p(p+1)$ tənliyinin sonsuz sayda kökü var?

Həlli: Verilmiş tənlikdə $a = p+1$ və $b = p(p+1)$. Tənliyin sonsuz sayda kökünün olması üçün 1-ci şərtə görə $p+1=0$ və $p(p+1)=0$ olmalıdır ki, bu da $p = -1$ olduqda mümkündür. Beləliklə, $p = -1$ olduqda verilmiş tənliyin sonsuz sayda kökü olar.

Misal 2. m parametrinin hansı qiymətində $(3m+2)x = -0,19$ tənliyinin kökü yoxdur?

Həlli: Bu tənlikdə $a = 3m+2$, $b = -0,19$. Deməli, 2-ci şərtə görə, $3m+2=0$ olduqda, yəni $m = -\frac{2}{3}$ olduqda tənliyin kökü yoxdur.

Modullu tənliklər

1. $|x-3| = -5$

Modul heç vaxt mənfi ola bilməz, ona görə də tənliyin kökü yoxdur, $\emptyset$.

2. $|x+5| = 0 \Rightarrow x+5=0 \Rightarrow x=-5$

3. $|x+5| = 3$ Bu halda

$$x+5=3 \quad \text{və ya} \quad x+5=-3$$

$$x=3-5 \quad \quad \quad x=-3-5$$

$$x=-2 \quad \quad \quad x=-8$$

Cavab: $\{-2; -8\}$

Funksiya

• x - in hər bir qiymətinə y - in yeganə qiyməti uyğundursa, belə asılılığa funksiya deyilir. $y = f(x)$

• x - ə sərbəst dəyişən və ya argument deyilir.

• y -ə asılı dəyişən və ya funksiya deyilir.

• f -ə funksiyanın xarakteristikası deyilir və argumentin üzərində hansı əməllər aparmaq lazım gəldiyini göstərir.

• x –in aldığı qiymətlərə funksiyanın təyin oblastı və ya varlıq oblastı deyilir və $D(f)$ ilə işarə olunur (DMQÇ).

• y –in aldığı qiymətlərə funksiyanın qiymətlər oblastı və ya dəyişmə oblastı deyilir və $E(f)$ ilə işarə olunur.

Funksiya sözünü elmə ilk dəfə Leybnis daxil edib. Bu sözün mənası əməl etmə, icra etmə deməkdir.

Funksiya 3 üsulla verilir.

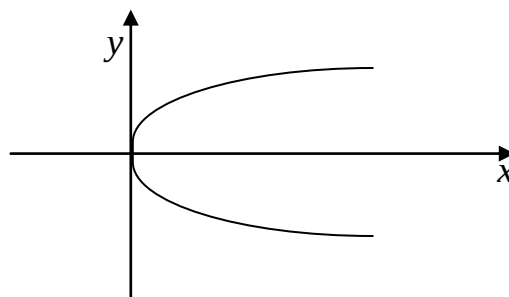
1. *cədvəl üsulu*- burada x və y – in qiymətləri hazır cədvəl şəklində verilir. Məsələn, kvadratlar cədvəli, sinuslar cədvəli və s.

2. *düstur üsulu (analitik üsul)*- burada funksiya $y = f(x)$ şəklində düsturla verilir. x -ə qiymət verib, y – in qiymətini özümüz tapırıq.

3. *qrafik üsul*- burada funksiyanın qrafiki verilir, argumentin və funksiyanın qiymətləri qrafikə görə müəyyən olunur.

Misal. Şəkildəki asılılıq funksiyadırmı?

Cavab: yox. Çünki, x – in hər hansı bir qiymətinə y – in iki qiyməti uyğundur.



Başqa sözlə, y oxuna paralel olan, düz xətt qrafiki bir neçə nöqtədə kəsərsə, onda belə asılılıq funksiya deyil.

Misal. $y = \frac{2}{x-1}$ funksiyası $x=1$ olduqda təyin olunmayıb, çünki, $y = \frac{2}{1-1} = \frac{2}{0}$ mümkün deyil.

Deməli, $D(f) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Misal. $y = x^2 + 1$ həmişə təyin olunub. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.

● **Qrafikin nöqtədən keçməsi şərti.**

Qrafikin hər hansı nöqtədən keçib-keçmədiyini bilmək üçün nöqtənin koordinatlarını funksiyanın tənliyində yerinə yazmaq lazımdır. Əgər doğru bərabərlik alınarsa, onda qrafik həmin nöqtədən keçir.

Misal. $y = 5x - 3$ funksiyası verilib. $A(3;12)$ nöqtəsi bu funksiyanın qrafikinə aiddirmi?

$$y = 5x - 3$$

$$5 \cdot 3 - 3 = 12$$

$$12 = 12 \text{ aiddir.}$$

Qeyd. $x=0$ olduqda $y=0$ alınarsa, funksiyanın qrafiki koordinat başlanğıcından keçir.

● **Qrafikin koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtəsinin tapılması.**

• Qrafikin absis oxu ilə kəsişmə nöqtəsini tapmaq üçün funksiyanın tənliyində $y = 0$ yazıb həll edirlər.

• Qrafikin ordinat oxu ilə kəsişmə nöqtəsini tapmaq üçün funksiyanın tənliyində $x = 0$ götürüb həll edirlər.

Misal. $y = 2x - 8$ funksiyasının qrafikin oxlarla kəsişmə nöqtəsini tapın.

Həlli.

absis oxu ilə

$$y = 0$$

$$2x - 8 = 0$$

$$x = 4$$

ordinat oxu ilə

$$x = 0$$

$$y = 2 \cdot 0 - 8 = 0 - 8 = -8$$

Cavab: $(4; 0)$ və $(0; -8)$

Xətti funksiya

$y = kx + b$ şəklində düsturla verilən funksiya xətti funksiya deyilir. x -arqument, y -funksiya, k və b isə istənilən ədəddir.

• k -ya düz xəttin bucaq əmsalı deyilir. k -əmsalı düz xəttin x oxu ilə əmələ gətirdiyi bucağı göstərir. k müsbətdirsə, bu bucaq itidir, k mənfidirsə bu bucaq kor bucaq olur. $k = -\frac{y}{x}$ olur.

• b – yə ibtidai ordinat deyilir və düz xəttin (qrafikin) y oxunu hansı nöqtədə kəsdiyini göstərir.

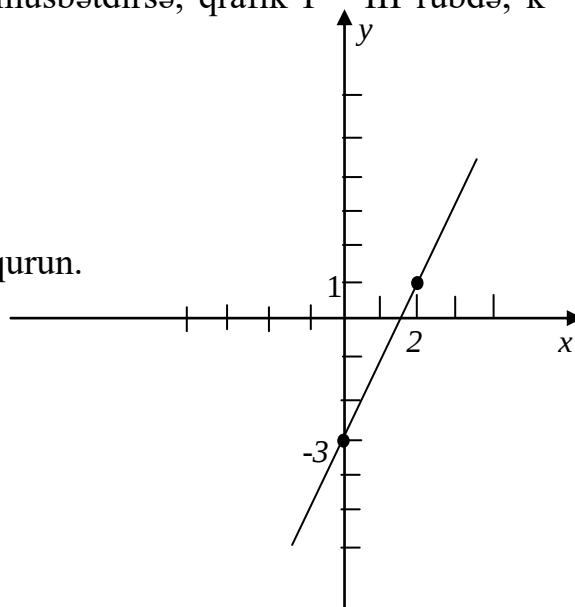
• Xətti funksiyanın qrafiki düz xətdir. k müsbətdirsə, qrafik I – III rübdə; k mənfidirsə, II – IV rübdə yerləşir.

Xətti funksiya üçün $D(f) = (-\infty; +\infty)$

$$E(f) = (-\infty; +\infty)$$

Misal. $y = 2x - 3$ funksiyasının qrafikini qurun.

Həlli: Məlumdur ki, xətti funksiyanın qrafiki düz xətdir. Düz xətti qurmaq üçün iki nöqtə lazımdır.



x	y
0	-3
2	1

- Əgər $k_1 \neq k_2$ olarsa, düz xətlər kəsişir.

$$y = 5x - 3 \quad \vee \quad y = -4x + 2 \quad \text{düz xətləri kəsişir.}$$

- Əgər $k_1 = k_2$, $b_1 \neq b_2$ olarsa, düz xətlər paralel olur.

$$y = 3x - 2 \quad \vee \quad y = 3x + 5 \quad \text{düz xətləri paraleldir.}$$

- Əgər $k_1 = k_2$, $b_1 = b_2$ olarsa, düz xətlər üst-üstə düşür.

$$y = 3x - 5 \quad \vee \quad y = 3x - 5 \quad \text{düz xətləri üst-üstə düşür.}$$

- Əgər $k_1 \cdot k_2 = -1$ olarsa, düz xətlər bir- birinə perpendikulyar olur.

$$y = 2x - 5 \quad \vee \quad y = -\frac{1}{2}x + 3 \quad \text{düz xətləri bir-birinə perpendikulyardır.}$$

- $y = kx$ və $y = kx + b$ - nin qrafikləri həmişə bir-birinə paralel olur.

Düz mütənasiblik.

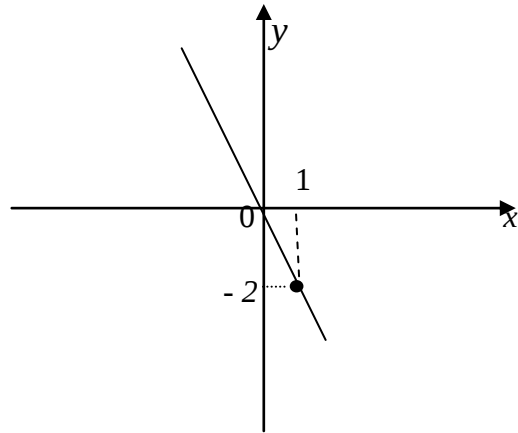
$y = kx$ düsturu ilə verilən funksiya düz mütənasiblik deyilir. x –arqument, y - funksiya, k - düz mütənasiblik əmsalıdır.

- Düz mütənasibliyin qrafiki koordinat başlanğıcından keçən düz xətdir. Qrafiklər

k müsbətdirsə, I – III rübdə

k mənfidirsə, II – IV rübdə olur.

$y = -2x$ - in qrafikini quraq.



x	y
1	-2

- $D(f) = (-\infty; +\infty)$

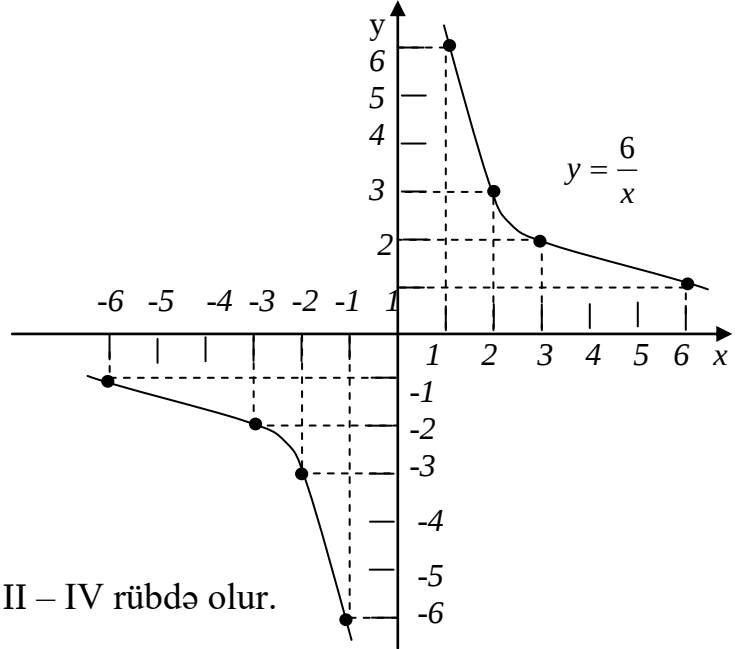
$$E(f) = (-\infty; +\infty)$$

Tərs mütənasiblik

$y = \frac{k}{x}$ düsturu ilə verilən funksiya tərs mütənasiblik deyildir. x - argument,

y - funksiya, k – isə tərs mütənasiblik əmsalıdır. Tərs mütənasibliyin qrafiki hiperbola adlanır.

x	y
1	6
2	3
3	2
6	1
-1	-6
-2	-3
-3	-2
-6	-1



$k > 0$ olsa, qrafik I- III rübdə; $k < 0$ olsa, II – IV rübdə olur.

- $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

- $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

Modul funksiyalar

- $y = |x|$ şəklində olan funksiya modul funksiya adlanır.

$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(f) = [0; +\infty)$$

- $y = -|x|$ funksiyası üçün

$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(f) = (-\infty; 0]$$

- $y = |kx + b|$ funksiyası üçün

$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(f) = [0; +\infty)$$

- $y = -|kx + b|$ funksiyası üçün

$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(f) = (-\infty; 0]$$

- $y = a|kx + b|$ funksiyası üçün

$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(f) = [a; +\infty)$$

- $y = -a|kx + b|$ funksiyası üçün

$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(f) = (-\infty; -a]$$

- $y = a|kx + b| + c$ funksiyası üçün

$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

$$a < 0 \text{ olarsa, } E(f) = (-\infty; c]$$

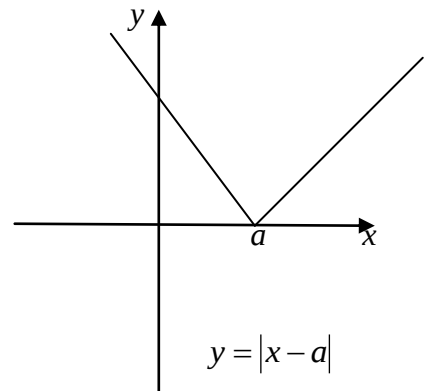
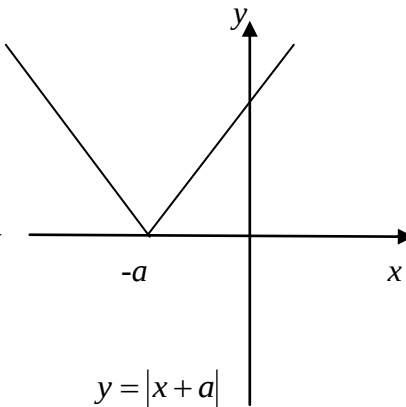
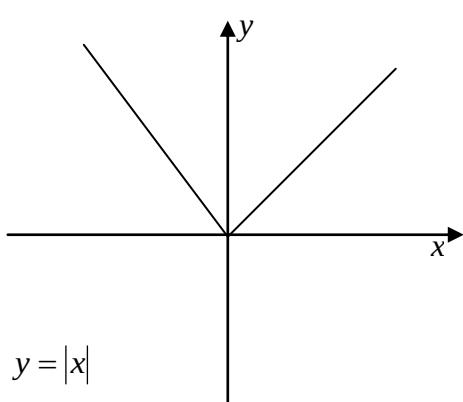
$$a > 0 \text{ olarsa, } E(f) = [c; +\infty) \text{ olur.}$$

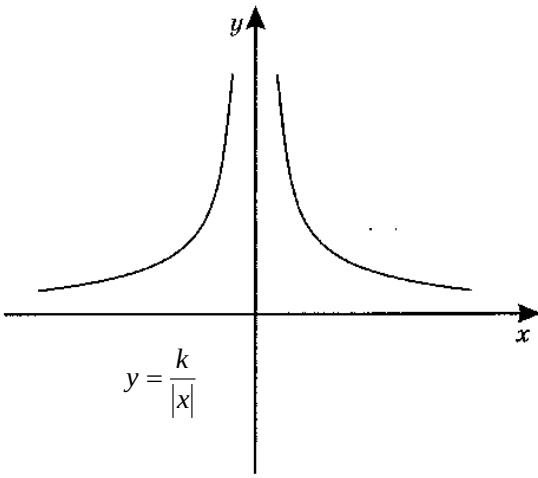
Misal. $y = -|3x + 4| + 3$ funksiyası üçün

$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

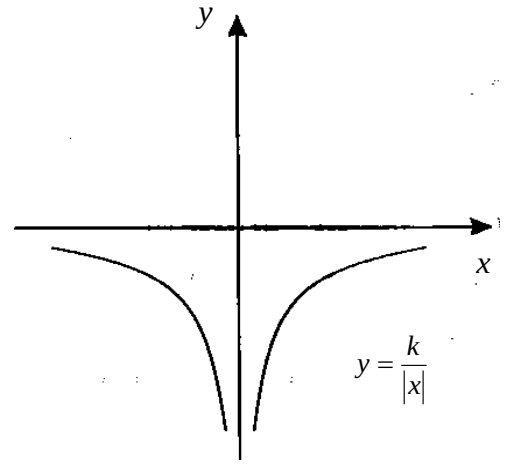
$$E(f) = (-\infty; 3]$$

Qrafiklərə aid nümunələr aşağıda verilmişdir.





k müsbət olduqda



k mənfi olduqda

Qüvvət

Eyni vuruqların hasilinə qüvvət deyilir.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 32$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ dəfə}}$$

a^n ifadəsində a –ya əsas, n –ə üst; a^n –ə isə qüvvət deyilir.

- Mənfi ədədin cüt qüvvəti müsbətdir $(-4)^2 = 16$

$$-4^2 = -16$$

- Mənfi ədədin tək qüvvəti mənfi olur.

$$(-2)^3 = -8 \quad -2^3 = -8$$

- İstənilən ədədin bir üslü qüvvəti özünə bərabərdir.

$$2^1 = 2 \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{1}{2}$$

- Sıfır üslü qüvvət 1-ə bərabərdir.

$$5^0 = 1 \quad \left(-2\frac{3}{4}\right)^0 = 1 \quad 0^0 \text{ isə mənasızdır.}$$

- Mənfi üslü qüvvət isə aşağıdakı kimidir.

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}, \text{ yəni } a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ və ya } \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$3 + 5 \cdot 2^2 = 3 + 5 \cdot 4 = 3 + 20 = 23$$

$$-3^2 + (-2)^3 + (-3)^2 = -9 - 8 + 9 = -8$$

$0^0, 0^{-3}$ mənasızdır.

Qüvvətin xassələri

- Əsasları bərabər olan qüvvətləri vuranda əsas qalır, üstlər isə toplanır.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2^{-3} \cdot 2^5 \cdot 2^{-8} = 2^{-3+5-8} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$$

- Əsasları bərabər olan qüvvətləri böləndə əsas qalır, üstlər çıxılır.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$2^3 : 2^{-5} = 2^{3-(-5)} = 2^{3+5} = 2^8$$

- Hasil qüvvətə yüksəltmək üçün hər bir vuruq həmin qüvvətə yüksəldilir.

$$(abc)^n = a^n b^n c^n$$

- Qüvvəti qüvvətə yüksəldəndə əsas qalır, üstlər vurulur.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

- Kəsri qüvvətə yüksəldəndə həm sürət, həm də məxrəc həmin qüvvətə yüksəldilir.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$\left(-1\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$$

Misal. 2^{100} -ün yarısı neçədir?

$$2^{100} : 2 = 2^{100-1} = 2^{99}.$$

Qüvvətlərin müqayisəsi

- Əsaslar eyni və 1-dən böyükdürsə, üstü böyük olan böyükdür

$$3^{12} < 3^{51}$$

- Əsaslar eyni və $(0;1)$ arasındadırsa, üstü böyük olan kiçik olur.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad (0,3)^{15} < (0,3)^{10}$$

- Əsasları müxtəlif, üstlər eynidirsə, əsası böyük olan böyükdür.

$$4^{17} < 8^{17} \quad 7^9 > \left(\frac{12}{15}\right)^9$$

• Əsaslar, həm də üstlər müxtəlifdirsə, onları çevirməklə əvvəlki hallardan birinə gətirirlər.

a) 5^6 və 8^{12} - ni müqayisə edin.

$$8^{12} = (8^2)^6 = 64^6 \quad 5 < 64, \text{ deməli } 5^6 < 8^{12}$$

b) 2^{300} və 3^{200} - ü müqayisə edin.

$$2^{300} = (2^3)^{100} = 8^{100} \quad 3^{200} = (3^2)^{100} = 9^{100} \quad 8^{100} < 9^{100}$$

Ona görə $2^{300} < 3^{200}$ olur.

Birhədli

Yalnız vurma və qüvvətə yüksəltmə əməllərindən ibarət olan ifadələrə birhədli deyilir.

$2a^3$; abc ; $2x^3y$; $5x$; x ; 5 və s. birhədliyə aiddir.

$\frac{x}{2}$ birhədliyə aiddir, $\frac{2}{x}$ birhədli deyil, çünki məxrəcdə dəyişən var.

- Birhədlinin ədədi vuruğuna onun əmsalı deyilir.

$$2a^3b^2c \cdot 4xy \text{ birhədlinin əmsalı } 2 \cdot 4 = 8 \text{ - dir.}$$

• Birhədlinin dərəcəsinə (qüvvətinə) tapmaq üçün hərflərin üstlərini toplamaq lazımdır.

$2a^3$ - nün dərəcəsi 3- dür.

$2a^3xy$ -in dərəcəsi 5- dir.

x - in dərəcəsi 1- dir.

5 -in dərəcəsi 0- dır.

• Birləşdirdəki əməlləri yerinə yetirsək, alınan birləşdirmə onun standart və ya kanonik şəkli deyildir.

$$\frac{2}{3}a^3b^4 - \text{standart şəkildədir.}$$

$$\frac{2}{3}a^2b \cdot 4ab^3 - \text{isə qeyri-standart şəkildədir.}$$

$$y = ax^2 \text{ və } y = ax^3 \text{ funksiyaları.}$$

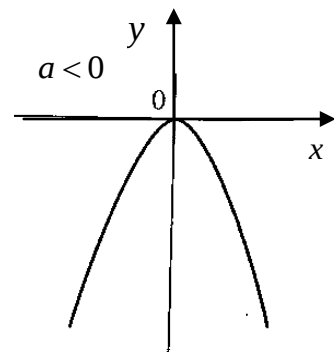
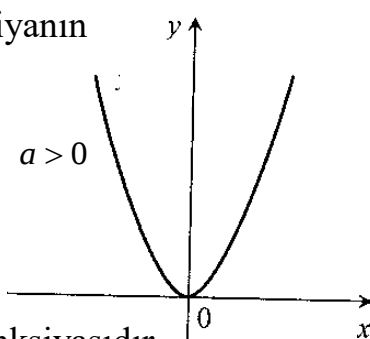
• $y = ax^2$ düsturu ilə verilən funksiya qüvvət funksiyasıdır (kvadrat funksiya). x – argument, y – funksiya

$$a = 1 \text{ olsa } y = x^2 \text{ alınır.}$$

Bu funksiyanın qrafikinə parabola deyilir. $a > 0$ olsa, qrafik I-II rübdə; $a < 0$ olsa, III-IV rübdə yerləşir. Bu funksiyanın qrafiki y oxuna görə simmetrik olur

$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(f) = \begin{cases} a > 0 \text{ olsa } [0; +\infty) \\ a < 0 \text{ olsa } (-\infty; 0] \end{cases}$$



• $y = ax^3$ funksiyası da qüvvət funksiyasıdır.

$$a = 1 \text{ olsa, } y = x^3 \text{ alınır.}$$

1. Bu funksiya üçün $D(f) = (-\infty; +\infty)$ $E(f) = (-\infty; +\infty)$

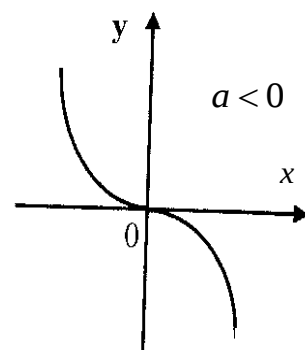
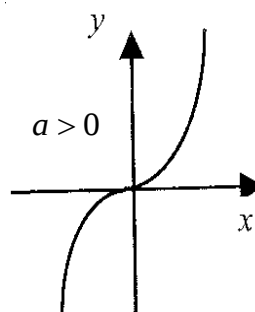
2. Qrafik koordinat başlanğıcından keçir.

3. Qrafik koordinat başlanğıcına görə simmetrik olur.

4. $a > 0$ olsa, qrafik I-III rübdə

$a < 0$ olsa, qrafik II-IV rübdə olur.

Bu funksiyanın qrafikinə kub parabola deyilir.



Mütləq və nisbi xəta

$$\bullet \text{ Mütləq xəta} = | \text{dəqiq qiymət} - \text{təqribi qiymət} |$$

Misal. $\frac{1}{3}$ ədədini onda birə qədər yuvarlaqlaşdırın və mütləq xətanı tapın.

$$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,3333... \approx 0,3$$

Burada dəqiq qiymət $\frac{1}{3}$, təqribi qiymət 0,3-ə bərabərdir. Onda

$$\text{mütləq xəta} = \left| \frac{1}{3} - 0,3 \right| = \left| \frac{1}{3} - \frac{3}{10} \right| = \left| \frac{10-9}{30} \right| = \left| \frac{1}{30} \right| = \frac{1}{30}$$

$$\bullet \text{ Нисбиймәтә} = \frac{\text{мүтләг хәтә}}{\text{тәгрибиймәт}} \cdot 100\%$$

Nisbi xəta faizlə ifadə olunur.

Misal. 25,3 ədədini təkliklərə qədər yuvarlaqlaşdırın və nisbi xətanı tapın.

Həlli

$$25,3 \approx 25$$

$$\frac{|25,3 - 25|}{|25|} \cdot 100\% = \frac{|0,3|}{25} \cdot 100\% = 0,3 \cdot 4 = 1,2\%$$

Çoxhədlilər

Birhədlilərin cəminə çoxhədli deyilir.

$$2a^3 + 5bx - abc - x + \frac{x+3}{2} - 10 \text{ çoxhədlidir.}$$

$$\bullet 4a^3 + 2x^2 + \frac{5a+3}{x} - \frac{4}{x} \text{ çoxhədli deyil, çünki, məxrəcdə dəyişən var.}$$

• Çoxhədlilərin dərəcəsinə tapmaq üçün əvvəlcə oxşar hədlər islah olunur. Sonra hansı həddin dərəcəsi çoxdursa, elə bu həmin çoxhədlinin dərəcəsi qəbul edilir.

$$2a^3b^2 - 4b^{12} + 3ac + 4b^{12} + 7x + a + 4 = \underbrace{2a^3b^2}_{5} + \underbrace{3ac}_{2} + \underbrace{7x}_{1} + \underbrace{a}_{1} + \underbrace{4}_{0}$$

Çoxhədlinin dərəcəsi 5-dir.

- Birhədlini çoxhədliyə vurmaq üçün bu birhədlini çoxhədlinin hər bir həddinə vurmaq lazımdır.

$$2a^2(3x - 4abc + 2) = 6a^2x - 8a^3bc + 4a^2$$

- Çoxhədlini çoxhədliyə vurmaq üçün birincinin hər bir həddini ikincinin hər bir həddinə vurmaq lazımdır.

$$(2x - 3x^2)(x^2 - 4x + 3) = \underline{2x^3} - \underline{8x^2} + 6x - \underline{3x^4} + \underline{12x^3} - \underline{9x^2} = 14x^3 - 17x^2 - 3x^4 + 6x$$

Çoxhədlinin vuruqlara ayrılması.

Çoxhədlinin hasil şəklində göstərilməsinə onun vuruqlara ayrılması deyilir. Aşağıdakı üsullardan istifadə olunur.

1. ortağ vuruğun mötərizə xaricinə çıxarılması
2. qruplaşdırma üsulu
3. müxtəsər vurma düsturlarından istifadə üsulu
4. süni üsullar (köklərindən istifadə etməklə, tam kvadrat ayırmaqla, həddi əlavə edib, çıxmaqla vuruqlara ayırma)

1. Ortaq vuruğun mötərizə xaricinə çıxarılması

Bu üsul, hədlərində ortağ vuruq olan çoxhədlilərə tətbiq olunur.

1. Ortaq vuruq tapılır. Ədədlərdən ƏBOB, hərflərdən isə üstü az olan çıxır.
2. Hər bir hədd ortağ vuruğa bölünür
3. Ortaq vuruq mötərizə xaricində, cavablar isə işarələri nəzərə almaqla mötərizə daxilində yazılır.

$$x^5 - x^9 = x^5(1 - x^4)$$

$$-6xy + y = y(-6x + 1) = -y(6x - 1)$$

$$-6xy - y^3 = -y(6x + y^2)$$

$$8a^3bc - 12a^2b^3 = 4a^2b(2ac - 3b^2)$$

Tənliyi həll edin:

$$5y + 2y^2 = 0 \Rightarrow y(5 + 2y) = 0$$

Hasil o vaxt sıfıra bərabər ola bilər ki, vuruqlardan heç olmasa biri sıfıra bərabər olsun. Onda,

$$\begin{aligned}y &= 0 & 5 + 2y &= 0 \\ & & 2y &= -5 \\ & & y &= -2,5\end{aligned}$$

Cavab: $\{0; -2,5\}$

2. Qruplaşdırma üsulu

Bu üsulla çoxhədlini vuruqlara ayırmaq üçün onun hədlərini elə qruplaşdırırıq ki, onlardan orta qrup çıxartmaq mümkün olsun.

$$\begin{aligned}3a + ay + 9b + 3by &= a(3 + y) + 3b(3 + y) = (3 + y)(a + 3b) \\ x^5 + x^3 + x^2 + 1 &= x^3(x^2 + 1) + (x^2 + 1) = (x^2 + 1)(x^3 + 1) \\ a^3 + 5a^2 + 2a + 10 &= a^2(a + 5) + 2(a + 5) = (a + 5)(a^2 + 2)\end{aligned}$$

Müxtəsər vurma düsturları

• **Cəmin kvadratı** bərabərdir: birincinin kvadratı; plus birinci və ikincinin hasilinin iki misli; plus ikincinin kvadratı.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

• **Fərqin kvadratı** bərabərdir: birincinin kvadratı; minus birinci və ikincinin hasilinin iki misli; plus ikincinin kvadratı.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2x^4 - 3xy^8)^2 = (2x^4)^2 - 2x^4 \cdot 3xy^8 \cdot 2 + (3xy^8)^2 = 4x^8 - 12x^5y^8 + 9x^2y^{16}$$

• **Cəmin kubu** bərabərdir: birincinin kubu; plus birincinin kvadratı ilə ikincinin hasilinin 3 misli; plus ikincinin kvadratı ilə birincinin hasilinin 3 misli; plus ikincinin kubu.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

• **Fərqin kubu** bərabərdir: birincinin kubu; minus birincinin kvadratı ilə ikincinin hasilinin 3 misli; plus ikincinin kvadratı ilə birincinin hasilinin 3 misli; minus ikincinin kubu.

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(2x^4 - y^5)^3 = (2x^4)^3 - (2x^4)^2 \cdot y^5 \cdot 3 + 2x^4 \cdot (y^5)^2 \cdot 3 - (y^5)^3 = 8x^{12} - 12x^8y^5 + 6x^4y^{10} - y^{15}$$

• **İki ifadənin cəmi ilə fərqinin hasilı** onların kvadratları fərqinə bərabərdir.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(5x-3)(3+5x) = (5x)^2 - 3^2 = 25x^2 - 9$$

$$62 \cdot 58 = (60+2)(60-2) = 60^2 - 2^2 = 3600 - 4 = 3596$$

• **İki ifadənin kvadratları fərqi** onların cəmi ilə fərqinin hasilinə bərabərdir.

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$49x^8y^2 - 25c^4 = (7x^4y)^2 - (5c^2)^2 = (7x^4y - 5c^2)(7x^4y + 5c^2)$$

• **İki ifadənin kubları cəmi** həmin ifadələrin cəmi ilə, fərqinin natamam kvadratı hasilinə bərabərdir.

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

• **İki ifadənin kubları fərqi** həmin ifadələrin fərqi ilə, cəminin natamam kvadratı hasilinə bərabərdir.

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$8x^{12} - 27y^6 = (2x^4)^3 - (3y^2)^3 = (2x^4 - 3y^2)(4x^8 + 6x^4y^2 + 9y^4)$$

$$\frac{93^3 - 7^3}{93^2 + 93 \cdot 7 + 49} + \frac{93^2 - 7^2}{86} = \frac{(93-7)(93^2 + 93 \cdot 7 + 7^2)}{93^2 + 93 \cdot 7 + 49} + \frac{(93-7)(93+7)}{86} = 86 + 100 = 186$$

• **Çoxhədlinin kvadratı.**

$$(a+b+c+d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

Misal. Vuruqlara ayırın:

$$a^2 + 2ab - 8b^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 9b^2 = (a+b)^2 - (3b)^2 = (a+b-3b)(a+b+3b) = (a-2b)(a+4b)$$

Bu süni usula nümunədir.

● *Bəzən müxtəsər vurma düsturlarından alınan aşağıdakı eyniliklərdən də istifadə olunur.*

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

Misal. Cəmi 8, hasili 3 olan iki ədədin kubları cəmini tapın.

Həlli.

$$x + y = 8 \quad xy = 3.$$

Onda

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 8^3 - 3 \cdot 3 \cdot 8 = 512 - 72 = 540$$

İkidəyişənli xətti tənliklər.

$ax + by = c$ şəklində olan tənliyə ikidəyişənli xətti tənlik deyilir. a, b, c – hər hansı ədəd; x və y isə dəyişənlərdir. Hər bir ikidəyişənli xətti tənlik xətti funksiyayı ifadə edir.

$$ax + by = c \Rightarrow by = -ax + c \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$$

Misal. $-2x + y = 3$ tənliyini həll edək. Bunun üçün verilmiş tənlikdən y -i tapaq:

$$y = 2x + 3$$

$$x = 1 \text{ olsa } y = 2 \cdot 1 + 3 = 2 + 3 = 5$$

$$x = 2 \text{ olsa } y = 2 \cdot 2 + 3 = 4 + 3 = 7$$

$$x = 3 \text{ olsa } y = 2 \cdot 3 + 3 = 6 + 3 = 9$$

$(1;5), (2;7), (3;9)$ və s. ədədlər cütü bu tənliyin həllidir.

- İkidəyişənli xətti tənliyin sonsuz sayda həlli var.
- İkidəyişənli xətti tənliyin qrafiki düz xətdir.

İkidəyişənli xətti tənliklər sistemi.

İki və ya bir neçə tənliyin ortaq həllini tapmaq tələb olunarsa, bu sistem tənlik adlanır.

Sistemi həll etmək üçün aşağıdakı üsullardan istifadə edilir.

1. əvəzetmə üsulu
2. toplama üsulu
3. qrafik üsulu

1. Əvəzetmə üsulu

Bunun üçün

1. tənliklərin birindən məchulun birini tapmaq
2. bunu o biri tənlikdə yerinə yazmaq
3. alınmış tənliyi həll edib, məchulu tapmaq
4. məchulun qiymətini əvəzləmədə yazıb, o biri məchulu tapmaq

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases} \Rightarrow -y = -x + 1 \Rightarrow y = x - 1$$

$$2x + 5(x - 1) = 9$$

$$2x + 5x - 5 = 9$$

$$7x = 14$$

$$x = 2 \quad y = x - 1 = 2 - 1 = 1 \quad \text{Cavab (2;1)}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x - 5y = -6 \end{cases} \Rightarrow 2x = 8 - 3y \Rightarrow x = \frac{8 - 3y}{2}$$

$$4 \cdot \frac{8 - 3y}{2} - 5y = -6$$

$$2(8 - 3y) - 5y = -6$$

$$16 - 6y - 5y = -6$$

$$x = \frac{8 - 3y}{2} = \frac{8 - 3 \cdot 2}{2} = \frac{8 - 6}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$-11y = -22 \quad y = 2 \quad \text{Cavab (1;2)}$$

2. Toplama üsulu

1. Elə etmək lazımdır ki, məchullardan birinin əmsalı qiymətə bərabər, işarəə əks olsun.

2. Tənlikləri tərəf-tərəfə toplayıb, həll edərək, məchulu tapmaq.

3. Məchulun tapılmış qiymətini ilk tənlikdə yerinə yazıb o biri məchulu tapırıq.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases} \begin{vmatrix} -2 \\ -2 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = -2 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7y = 7 \\ y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 1 = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Cavab: (2;1)

3. Qrafik üsul.

Bu üsulla sistem tənliyi həll etmək üçün tənliklərin hər birindən y-i tapırıq və funksiyaların qrafiklərini qururuq.

- Qrafiklər kəsişirsə, sistemin yeganə həlli var. Bu həll düz xətlərin kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarıdır.

- Qrafiklər kəsişmirsə sistemin həlli yoxdur.

• Əmsallar vasitəsilə həllərin araşdırılması.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ sistemində}$$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ olarsa sistemin sonsuz sayda həlli var, çünki düz xətlər üst-üstə düşür.

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ olarsa, sistemin yeganə həlli var, düz xətlər kəsişir.

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ olarsa, həlli yoxdur, düz xətlər paralel olur.

Misal. a) m –in hansı qiymətində $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x + my = 10 \end{cases}$ sisteminin yeganə həlli var?

Həlli.

$\frac{2}{4} \neq \frac{-1}{m}$ olmalıdır. Onda $2m \neq -4 \Rightarrow m \neq -2$

b) b-nin hansı qiymətində $\begin{cases} 5x + by = 7 \\ 10x + 6y = 14 \end{cases}$ sisteminin sonsuz sayda həlli var?

Həlli.

$\frac{5}{10} = \frac{b}{6} = \frac{7}{14}$ olmalıdır, buradan $10b = 30 \Rightarrow b = 3$ alınır.

8-ci sinif

Həqiqi ədədlər.

Sonsuz onluq kəsrlər 2 cür olur:

1) dövrü olan

$$2,44444...=2,(4)$$

$$2,632222...=2,63(2)$$

2) dövrü olmayan

$$4,53441526733641327...$$

$$3,1415926... \quad \text{və s.}$$

Dövrü olanlar rəşional ədədlərdir.

Dövrü olmayan sonsuz onluq kəsrlərə isə

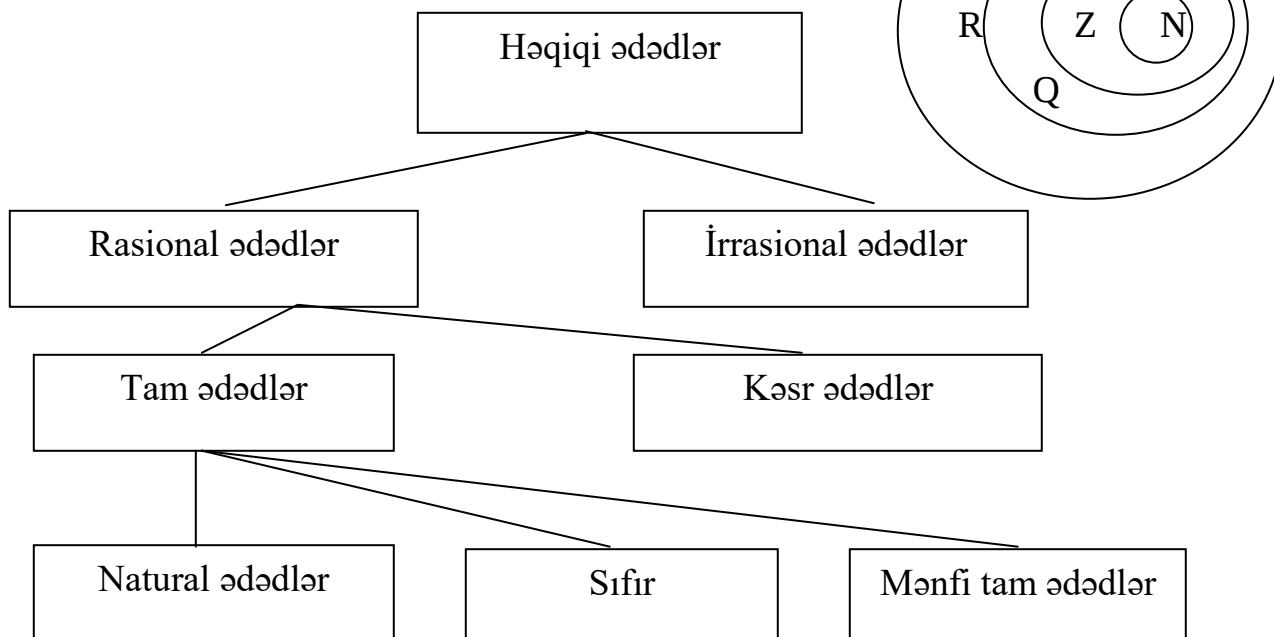
irrasional ədəd deyilir. ir – inkar mənasını bildirən şəkilçidir.

$\sqrt{3}; -\sqrt{5}; e; \pi; \log_2 13$ və s. irrasional ədədlərdir. Rəşional ədədi $\frac{a}{b}$ kəsri kimi

yazmaq olar, $a \in Z, b \in Z$, irrasional ədədləri $\frac{a}{b}$ kəsri kimi yazmaq olmaz, $a \in Z, b \in Z$.

Rəşional və irrasional ədədlərə birlikdə həqiqi ədədlər deyilir və R ilə işarə olunur. $N \subset Z \subset Q \subset R$.

Bu dairələrə Eylər dairələri deyilir.



Hesabi kvadrat kök

- Kvadratı a -ya bərabər olan ədədə a –nın kvadrat kökü deyilir.

64-ün kvadrat kökü 8 və -8- dir.

0-ın kvadrat kökü 0-dır.

-16-nın kvadrat kökü yoxdur, çünki heç bir ədədin kvadratı mənfi olmur.

- Kvadratı a – ya bərabər olan mənfi olmayan ədədə a -nın hesabi kvadrat kökü deyilir.

Məsələn 64-ün hesabi kvadrat kökü 8-dir.

$$\sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

$$\sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$-\sqrt{16} = -4$$

$$\sqrt{-16} \text{ mənasızdır}$$

$$\sqrt{16} = -4 \text{ ola bilməz}$$

- $\sqrt[n]{x}$ ifadəsinin n cüt olduqda $x \geq 0$ olanda mənası var.

- $\sqrt[n]{x}$ ifadəsinin n tək olduqda həmişə mənası var.

- $\left. \begin{aligned} (\sqrt{a})^2 &= a \\ \sqrt{a^2} &= |a| \end{aligned} \right\}$ düsturları var.

$$(\sqrt{5})^2 = 5$$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{(-5)^2} &= |-5| = 5 \\ \sqrt{(-5)^2} &= \sqrt{5^2} = 5 \end{aligned} \right\}$$

- Hasildən kök almaq üçün vuruqların hər birindən kök almaq lazımdır.

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{64 \cdot 36} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{36} = 8 \cdot 6 = 48$$

$$\begin{aligned} \sqrt{24 \cdot 72} &= \sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 3^2} = \sqrt{2^6 \cdot 3^2 \cdot 3} = \\ &= 8 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 24\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

- Kəsrədən kök almaq üçün həm surət, həm də məxrəcdən kök alınır.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

- Qüvvətdən kök almaq üçün qüvvət üstü kökün üstünə bölünür.

$$\sqrt[n]{a^n} = \left| a^{\frac{n}{n}} \right|$$

$$\sqrt{2^5} = \sqrt{2^4 \cdot 2} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{2} = 2^2 \cdot 2 = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = |\sqrt{3}-2| = 2-\sqrt{3}$$

$$x^2 = a \quad \text{tənliyi}$$

Bu tənliyin həllində üç hal olur.

- $a < 0$, bu zaman tənliyin kökü yoxdur.

$$x^2 = -16 \quad (x-3)^2 + 4 = 1$$

$$\emptyset \quad (x-3)^2 = 1-4$$

$$(x-3)^2 = -3$$

$$\emptyset$$

- $a = 0$, olduqda

$$(x-3)^2 = 0$$

$$x-3 = 0$$

$$x = 3$$

- $a > 0$, olduqda

$$\text{a) } x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

$$\text{b) } (x-3)^2 = 9$$

$$x-3 = 3 \text{ və ya } x-3 = -3$$

$$x = 6$$

$$x = 0$$

$$\text{ç) } (x-2)^2 = 6$$

$$x-2 = \pm\sqrt{6}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{6}$$

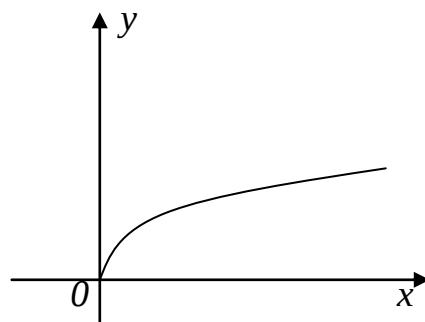
$$y = \sqrt{x} \quad \text{funksiyası}$$

$$1. D(f) = [0; +\infty)$$

$$2. E(f) = [0; +\infty)$$

3. Funksiyanın qrafiki I rübdə yerləşir.

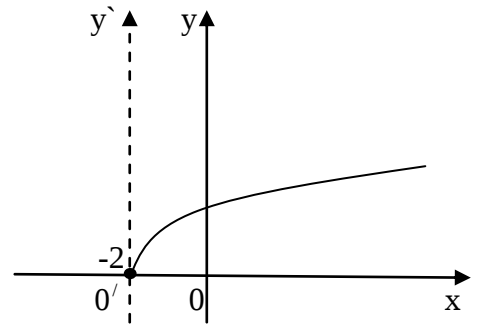
4. $x = 0$ olduqda $y = 0$. Ona görə də



funksiyanın qrafiki koordinat başlanğıcından keçir.

$y = \sqrt{x+a}$ - nın qrafikini qurmaq üçün $y = \sqrt{x}$ -in qrafikini qurub, bu qrafikin hər bir nöqtəsini absis oxuna paralel, $a > 0$ olduqda a vahid sola, $a < 0$ olduqda isə a vahid sağa köçürmək lazımdır.

$y = \sqrt{x+2}$ - funksiyasının qrafiki şəkildə verilmişdir.



Hesabi kvadrat köklər üzərində çevirmələr.

a) Vuruğun kök işarəsi altından çıxarılması

Vuruğu kök işarəsi altından çıxartmaq üçün onu hasil şəklində elə yazmaq lazımdır ki, vuruqların birindən kök çıxartmaq mümkün olsun.

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{625a^{10}} - \sqrt{25a^4}, \quad a < 0$$

olarsa ifadəni sadələşdirək:

$$\sqrt{625a^{10}} - \sqrt{25a^4} = 25|a^5| - 5|a^2| = -25a^5 - 5a^5$$

b) Vuruğun kök işarəsi altına salınması

Vuruğu kök işarəsi altına salmaq üçün vuruğu kökün üstü dərəcədən qüvvətə yüksəldib, kökün altına vurmaq lazımdır.

$$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$$

$$-3\sqrt{4} = -\sqrt{3^2 \cdot 4} = -\sqrt{9 \cdot 4} = -\sqrt{36}$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} = |1-\sqrt{5}| - |\sqrt{5}-2| = \sqrt{5}-1 - (\sqrt{5}-2) = \sqrt{5}-1-\sqrt{5}+2=1$$

c) Kəsrin surətini və ya məxrəcini irrasionalılıqdan azad etmə.

Bunun üçün məxrəci (surəti) elə ifadəyə vurmaq lazımdır ki, məxrəcdə (surətdə) kök olmasın

$$a) \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$b) \frac{13}{5+2\sqrt{3}} = \frac{13(5-2\sqrt{3})}{(5+2\sqrt{3})(5-2\sqrt{3})} = \frac{13(5-2\sqrt{3})}{5^2 - (2\sqrt{3})^2} = \frac{13(5-2\sqrt{3})}{25-3 \cdot 4} = 5-2\sqrt{3}$$

c) $\sqrt{13} - \sqrt{12}$ və $\sqrt{14} - \sqrt{13}$ ifadələrini müqayisə edək.

$$\sqrt{13} - \sqrt{12} = \frac{(\sqrt{13} - \sqrt{12})(\sqrt{13} + \sqrt{12})}{\sqrt{13} + \sqrt{12}} = \frac{(\sqrt{13})^2 - (\sqrt{12})^2}{\sqrt{13} + \sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{12} + \sqrt{13}}$$

$$\sqrt{14} - \sqrt{13} = \frac{(\sqrt{14} - \sqrt{13})(\sqrt{14} + \sqrt{13})}{\sqrt{14} + \sqrt{13}} = \frac{(\sqrt{14})^2 - (\sqrt{13})^2}{\sqrt{14} + \sqrt{13}} = \frac{1}{\sqrt{13} + \sqrt{14}}$$

$\sqrt{12} + \sqrt{13} < \sqrt{13} + \sqrt{14}$ olduğuna görə

$\sqrt{13} - \sqrt{12} > \sqrt{14} - \sqrt{13}$ olur

d) İkiqat radikallar düsturu.

a, b, c – hər hansı ədədlər olduqda $\sqrt{a+b\sqrt{c}}$ şəklindəki kökə ikiqat kök və ya mürəkkəb kök deyilir.

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

$$\sqrt{7+2\sqrt{6}} = \sqrt{7+\sqrt{24}} = \sqrt{\frac{7+\sqrt{7^2-24}}{2}} + \sqrt{\frac{7-\sqrt{7^2-24}}{2}} = \sqrt{6} + \sqrt{1} = \sqrt{6} + 1$$

II üsul.

$$\sqrt{7+2\sqrt{6}} = \sqrt{(1+\sqrt{6})^2} = |1+\sqrt{6}| = 1+\sqrt{6}$$

Kvadrat tənliklər.

$ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) şəklində olan tənliyə kvadrat tənlik deyilir, a, b, c - hər hansı ədəd, x - isə dəyişəndir.

a –ya birinci əmsal, b -yə ikinci əmsal, c - yə sərbəst hədd deyilir.

- $a = 1$ olarsa, belə tənliyə çevrilmiş kvadrat tənlik deyilir.
- Əgər b, c əmsallarından heç olmasa biri sıfıra bərabər olarsa, belə tənliyə natamam kvadrat tənlik deyilir və 3 cür olur.

1. $c = 0$ olarsa, $ax^2 + bx = 0$

2. $b = 0$ olarsa, $ax^2 + c = 0$

3. $b = 0$, $c = 0$ olarsa, $ax^2 = 0$

Natamam kvadrat tənlikləri vuruqlara ayırma yolu ilə həll etmək daha əlverişlidir.

a) $2x^2 - 4x = 0$

$$2x(x - 2) = 0$$

$$2x = 0 \quad x - 2 = 0$$

$$x = 0 \quad x = 2$$

b) $2x^2 - 32 = 0$

$$2x^2 = 32$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

c) $2x^2 + 32 = 0$

$$2x^2 = -32$$

$$x^2 = -16$$

$$\emptyset$$

Kvadrat tənliyin kökləri düsturu

Kvadrat tənliyi həll etmək üçün, əvvəlcə onun diskriminantını tapmaq lazımdır. Bu sözün mənası ayırddedici deməkdir.

$$D = b^2 - 4ac$$

1. $D < 0$ olarsa, tənliyin kökü yoxdur.

2. $D = 0$ olarsa, tənliyin bir kökü var və belə tapılır.

$$x = -\frac{b}{2a}$$

3. $D > 0$ olarsa, tənliyin iki kökü var və belə tapılır.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

b əmsalı cüt ədəd olarsa, başqa düsturdan istifadə etmək əlverişlidir.

$$D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac; \quad x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

Misallar.

a) $x^2 - 2x + 30 = 0$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 4 - 120 < 0$$

$D < 0$ olduğu üçün tənliyin

köku yoxdur, $\emptyset$

b) $x^2 - 6x + 9 = 0$

$$D = 36 - 36 = 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = 3$$

$$\text{ç)} \quad x^2 - x - 12 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = -3$$

$$\text{d)} \quad x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$D_1 = \left(\frac{-10}{2} \right)^2 - 1 \cdot 24 = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{-\frac{-10}{2} \pm \sqrt{1}}{1} = \frac{5 \pm 1}{1}$$

$$x_1 = 6, \quad x_2 = 4$$

Kvadrat üçhədlidən tam kvadrat ayırma

$ax^2 + bx + c$ ifadəsinə kvadrat üçhədlidən deyilir, burada a, b, c – hər hansı ədəddir.

Kvadrat üçhədlidən tam kvadrat ayırmaq üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur.

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

Misal. a) $x^2 - 6x + 12 = \left(x + \frac{-6}{2 \cdot 1} \right)^2 - \frac{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}{4 \cdot 1} = (x - 3)^2 - \frac{36 - 48}{4} = (x - 3)^2 + 3$

b) $x^2 - 10x + 25 = \left(x + \frac{-10}{2 \cdot 1} \right)^2 - \frac{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}{4 \cdot 1} = (x - 5)^2 - 0 = (x - 5)^2$

Kvadrat üçhədlinin ən böyük və ən kiçik qiyməti

1) $a > 0$ olarsa, üçhədlidən ən kiçik qiymət alır

$$n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

2) $a < 0$ olarsa, üçhədlidən ən böyük qiymət alır

$$n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

3) Üçhədlinin nə vaxt ən böyük və ya ən kiçik qiymət aldığını tapmaq üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur

$$m = -\frac{b}{2a}$$

4) $y = ax^2 + bx + c$ üçhədlisinin qiymətlər oblastı

$a > 0$ dirsə, $[n; +\infty)$

$a < 0$ dirsə, $(-\infty; n]$ olur.

burada $n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$.

5) $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ - nin qiymətlər oblastı

$a > 0$ dirsə, $[\sqrt{n}; +\infty)$

$a < 0$ dirsə, $[0; \sqrt{n}]$ olur.

Misal. $y = 2x^2 + 5x + 3$ verilib.

a müsbətdir, deməli

$$\Theta KQ = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}{4 \cdot 2} = -\frac{25 - 24}{8} = -\frac{1}{8}$$

- ən kiçik qiymət $-\frac{1}{8}$ dir
- ən böyük qiymət yoxdur
- üçhədlinin qiymətlər oblastı $\left[-\frac{1}{8}; +\infty\right)$ - dır
- üçhədlili $m = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2 \cdot 2} = -\frac{5}{4}$ olduqda ən kiçik qiymət alır.

Viyet teoremi

- $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin köklərinin cəmi $-\frac{b}{a}$ -ya, hasilisi isə $\frac{c}{a}$ - ya

bərabərdir.

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 &= \frac{c}{a} \end{aligned} \right\}$$

- Çevrilmiş kvadrat tənlikdə isə $a=1$ olduğu üçün

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 \cdot x_2 = c \end{cases}$$

Misal $x^2 - 2x - 15 = 0$; $D = 4 + 60 = 64 > 0$

Deməli, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-2}{1} = 2$; $x_1 x_2 = -15$

- Elə bir kvadrat tənlik yazın ki, kökləri 3 və -2 olsun.

Həlli.

$3 + (-2) = 1$; $3 \cdot (-2) = -6$. Onda $x^2 - x + 6 = 0$ alarıq.

- $3x^2 + 5x + 1 = 0$ tənliyinin köklərinin kvadratları cəmini tapın.

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \left(-\frac{5}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{25}{9} - \frac{2}{3} = \frac{19}{9}$$

- Qeyd 1. $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{D}}{a}$ bərabərliyi doğrudur.

- Qeyd 2. Əgər $ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dirsə, ($x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$)

onda $\frac{1}{x_1}$ və $\frac{1}{x_2}$ ədədləri $cx^2 + bx + a = 0$ kvadrat tənliyinin kökləri olur.

- Qeyd 3. Kökləri x_1 və x_2 olan kvadrat tənliyi aşağıdakı kimi qurmaq olar.

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

- Qeyd 4. x_1 və x_2 ədədləri $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin köküdürsə, onda bu üçhədlini $a(x - x_1)(x - x_2)$ kimi vuruqlara ayırmaq olar.

Kvadrat tənliyin köklərinin əmsallara görə araşdırılması.

- $x_1 \cdot x_2 > 0$ olarsa, köklər eyni işarəlidir, bu zaman

$$x_1 + x_2 > 0 \text{ olsa, köklər müsbətdir}$$

$$x_1 + x_2 < 0 \text{ olsa, hər iki kök mənfidir.}$$

- $x_1 \cdot x_2 < 0$ olarsa, köklər müxtəlif işarəlidir.

- $x_1 + x_2 = 0$ olarsa, hər iki kök mütləq qiymətə bir-birinə bərabərdir.

- $x_1 \cdot x_2 = 0$ olarsa, köklərdən biri sıfırdır.

a) $x^2 - 2x - 15 = 0$ tənliyinə baxaq.

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{15}{1} = -15 < 0$. Ona görə də, köklər müxtəlif işarəlidir.

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 6 > 0$ köklər eyni işarəlidir.

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5 > 0$ olduğu üçün hər iki kök müsbətdir.

Misal. a -nın hansı qiymətlərində $ax^2 + 4x + 4 = 0$ kvadrat tənliyinin iki müxtəlif həqiqi kökü var?

Həlli

$D = b^2 - 4ac = 16 - 16a$. Şərtə görə $D > 0$ və $a \neq 0$, çünki kvadrat tənliyin tərifinə görə $a \neq 0$ olmalıdır.

$$\begin{cases} 16 - 16a > 0 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -16a > -16 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 1 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

Cavab: $(-\infty; 0) \cup (0; 1)$

Rasional tənliklər

Sağ və sol tərəflərində rasional ifadələr olan tənliyə rasional tənlik deyilir.

Rasional tənlikləri həll etmək üçün

1. tənliyə ortaq məxrəc tapmaq
2. tənliyin hər iki tərəfini bu ortaq məxrəcə vurmaq
3. alınmış tənliyi həll etmək

4. ortaq məxrəci sıfıra çevirən kökləri kənar kök olduğu üçün atmaq lazımdır.

$$\frac{7y-3}{y-y^2} = \frac{1}{y-1} - \frac{5}{y(y-1)}$$

$$\frac{7y-3}{y(1-y)} = \frac{1}{y-1} - \frac{5}{y(y-1)}$$

$$-\frac{7y-3}{y(y-1)} = \frac{1}{y-1} - \frac{5}{y(y-1)}$$

Ortaq məxrəc $y(y-1)$ -dir.

$$-(7y-3) = y-5$$

$$-7y+3 = y-5$$

$$-8y = -8$$

$$y = 1$$

1 isə kənar kökdür. Ona görə də tənliyin kökü yoxdur.

Dəyişəni modul daxilində olan tənliklər

Tənliyi həll edin:

$$|6x-5| = |3x+1| + 2x$$

əvvəlcə, modul ifadələri sıfıra çevirən ədədlər tapılır.

$$6x-5=0$$

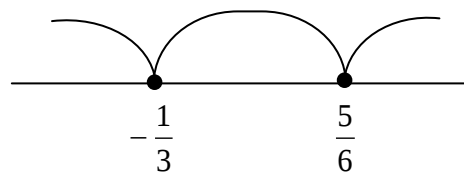
$$3x+1=0$$

$$6x=5$$

$$3x=-1$$

$$x = \frac{5}{6}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$



Bundan sonra ədəd oxunu intervallara

ayıraraq, tənliyi həll edək.

1. Əvvəlcə $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$ aralığına baxaq. Bu aralıqdan qiymət götürüb işarələri

təyin edək.

$$(6x-5)=-$$

$$(3x+1)=-$$

$$-(6x-5)=-(3x+1)+2x$$

$$-6x+5=-3x-1+2x$$

$$-6x+3x-2x=-1-5$$

$$-5x=-6$$

$x = \frac{6}{5}$; $\frac{6}{5} \notin \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. Ona görə də bu aralıqda tənliyin kökü yoxdur.

2. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$ aralığına baxaq. Bu aralıqdan qiymət götürüb işarələri təyin edək.

$$(6x-5)=-$$

$$(3x+1)=+$$

$$-(6x-5)=3x+1+2x$$

$$-6x+5=3x+1+2x$$

$$-11x=-4$$

$x = \frac{4}{11}$, $\frac{4}{11} \in \left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$ ona görə də $x_1 = \frac{4}{11}$ olur.

3. $\left(\frac{5}{6}; +\infty\right)$ aralığına baxaq. Bu aralıqdan qiymət götürüb işarələri təyin edək.

$$(6x-5)=+$$

$$(3x+1)=+$$

$$6x-5=3x+1+2x$$

$$6x-3x-2x=1+5$$

$$x=6$$

$6 \in \left(\frac{5}{6}; +\infty\right)$. Ona görə də $x_2 = 6$

Cavab: $\frac{4}{11}$ və ya 6

Qeyd. Modul tənlikləri həll etdikdən sonra alınan kökləri yerinə qoyub yoxlamaq lazımdır, çünki bəzi köklər verilmiş modul tənliyi ödəməyə bilər.

Bərabərsizliklər

Bir-birinə $<, >, \leq, \geq$ işarələri ilə bağlı olan ifadələrə bərabərsizlik deyilir. Əgər bərabərsizlikdə $<, >$ işarələri olarsa, ona ciddi, $\leq, \geq$ işarələri olarsa, belə bərabərsizliklərə ciddi olmayan bərabərsizlik deyilir.

- Əgər $a - b$ fərqi müsbətdirsə, $a > b$
- Əgər $a - b$ fərqi mənfidirsə, $a < b$
- Əgər $a - b$ fərqi sıfırırsa, $a = b$
- Əgər $a > b$, $c > d$ (və ya $a < b$, $c < d$) verilibsə, belə bərabərsizliklərə eyni mənalı bərabərsizliklər deyilir. $15 > 12$ və $-3 > -5$.
- $a > b$ və $c < d$ kimi bərabərsizliklərə əks mənalı bərabərsizliklər deyilir. $0 > -2$ və $3 < 5$ əks mənalıdır.
- $a < x < b$ kimi bərabərsizliklərə ikiqat bərabərsizliklər deyilir.

Bərabərsizliklərin xassələri

1. $a < b$ olarsa, onda $b > a$
2. $a < b$, $b < c$ olarsa, onda $a < c$ olar.
3. Bərabərsizliyin hər iki tərəfinə eyni bir ədədi əlavə etmək və ya çıxmaq olar.

$$5 < 12$$

$$5 + 3 < 12 + 3$$

$$8 < 15$$

4. Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir müsbət ədədə vurmaq və ya bölmək olar.
5. Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir mənfi ədədə vurmaq və bölmək olar, ancaq bu zaman bərabərsizliyin işarəsini əksinə dəyişmək lazımdır.

$$10 < 50 \quad \text{bu bərabərsizliyin hər iki tərəfini } -3\text{-ə vuraq}$$

$$10 \cdot (-3) > 50 \cdot (-3)$$

$$-30 > -150$$

6. Eyni mənalı bərabərsizlikləri hədbəhəd toplamaq olar, yəni $a < b$, $c < d$ olarsa, $a + c < b + d$ olar.

7. Əks mənalı bərabərsizlikləri hədbəhəd çıxmaq olar. Bu zaman hansı bərabərsizlikdən çıxılırsa, onun işarəsini saxlamaq lazımdır.

$$\begin{array}{ccc} 12 > 8 & & 12 > 8 \\ -3 < 4 & \text{və ya} & -3 < 4 \\ \hline 9 > 4 & & -9 < -4 \end{array}$$

8. Hədlər müsbət olan eyni mənalı bərabərsizlikləri tərəf-tərəfə vurmaq olar. $3 < 7$ və $5 < 10$ olarsa, onda $15 < 70$ alınar.

9. Tərəfləri mənfi olan iki eynimənalı bərabərsizliyi tərəf-tərəfə vurduqda bərabərsizliyin işarəsi əksinə dəyişir. $-5 < -4$ və $-20 < -6$ olarsa, onda $100 > 24$ alınar.

10. a, b müsbət və $a > b$ olarsa, onda n -in istənilən natural qiymətində $a^n > b^n$ olar.

11. Tərəfləri müsbət olan bərabərsizliyin hər iki tərəfindən eyni dərəcədə hesabı kök almaq olar.

12. Hədləri müsbət olan iki əks mənalı bərabərsizliyi tərəf-tərəfə bölmək olar və qismət bərabərsizliyin işarəsi bölünən bərabərsizliyin işarəsi ilə eyni olur.

$$a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$$

olarsa

$$(a > b) : (d < c) \Leftrightarrow a : d > b : c$$

$$13. \quad d > 0, c > 0 \quad \text{və} \quad d < c \quad \text{olarsa} \quad \frac{1}{d} > \frac{1}{c}$$

$$d < 0, c < 0 \quad \text{və} \quad d < c \quad \text{olarsa} \quad \frac{1}{d} > \frac{1}{c}$$

İkiqat bərabərsizliklər üzərində əməllər.

$a < x < b$ və $c < y < d$ olarsa $x + y; x - y; y - x; xy; \frac{x}{y}; \frac{y}{x}$ və s. aşağıdakı kimi qiymətləndirilir.

$$\text{a) } \frac{\begin{matrix} a < x < b \\ c < y < d \end{matrix}}{a + c < x + y < b + d}$$

$$\text{b) } \frac{\begin{matrix} a < x < b \\ c < y < d \end{matrix}}{a - d < x - y < b - c}$$

$$\text{c) } \frac{\begin{matrix} c < y < d \\ a < x < b \end{matrix}}{c - b < y - x < d - a}$$

$$\text{d) } \frac{\begin{matrix} a < x < b \\ c < y < d \end{matrix}}{\frac{a}{d} < \frac{x}{y} < \frac{b}{c}}$$

$$\text{e) } \frac{\begin{matrix} a < x < b \\ c < y < d \end{matrix}}{ac < xy < bd}$$

$$\text{ə) } \frac{\begin{matrix} c < y < d \\ a < x < b \end{matrix}}{\frac{c}{b} < \frac{y}{x} < \frac{d}{a}}$$

Misal. $2 < x < 5$ və $6 < y < 10$ olarsa, $-3x + 2y = ?$

$$\begin{cases} 2 < x < 5 \\ 6 < y < 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 > -3x > -15 \\ 12 < 2y < 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15 < -3x < -6 \\ 12 < 2y < 20 \end{cases} \Rightarrow -3 < -3x + 2y < 14$$

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər

$ax > b$, $ax < b$ və s. şəklində olan bərabərsizliklərə birdəyişənli xətti bərabərsizliklər deyilir.

$$\text{a) } ax > b \quad (a > 0)$$

$$\text{b) } ax > b \quad (a < 0)$$

$$x > \frac{b}{a}$$

$$x < \frac{b}{a}$$

Misal.

$$\text{a) } 3x - 15 > 3$$

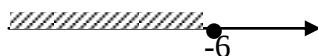
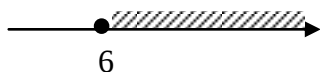
$$\text{b) } -3x - 15 > 3$$

$$3x > 18$$

$$-3x > 18$$

$$x > 6 \quad (6; +\infty)$$

$$x < -6 \quad (-\infty; -6)$$



$$c) -2(x-4)+5x > 3x+12$$

$$-2x+8+5x > 3x+12$$

$$-2x+5x-3x > 12-8$$

$$0 > 4 \Rightarrow \emptyset, \text{ həlli yoxdur}$$

$$ç) -2(x-4)+5x < 3x+12$$

$$-2x+8+5x < 3x+12$$

$$-2x+5x-3x < 12-8$$

$$0 < 4 \Rightarrow (-\infty; +\infty), \text{ sonsuz sayda həlli var}$$

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi

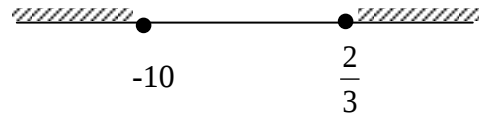
Bu sistemlər

$$\begin{cases} a_1x + b_1 < 0 \\ a_2x + b_2 < 0 \end{cases} \quad \text{və s.}$$

şəklində olur. Sistemi həll etmək üçün hər bir bərabərsizliyi ayrılıqda həll etmək və həllərin kəsişməsini tapmaq lazımdır.

$$a) \begin{cases} 2(x+3)-(x-8) < 4 \\ 6x > 3(x+1)-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+6-x+8 < 4 \\ 6x > 3x+3-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-x < 4-8-6 \\ 6x-3x > 3-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -10 \\ 3x > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -10 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases}$$

$\emptyset$ həlli yoxdur.



$$b) -3 \leq \frac{4-5x}{2} < 2 \text{ ikiqat bərabərsizliyini həll edin.}$$

$$-6 \leq 4-5x < 4 \Rightarrow \begin{cases} -6 \leq 4-5x \\ 4-5x < 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x \leq 4+6 \\ -5x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x \leq 10 \\ -5x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > 0 \end{cases}$$

Cavab: $(0; 2]$



Modullu bərabərsizliklər (sadə formalı)

- $|x| < a$ bərabərsizliyi $-a < x < a$ ilə eynigüclüdür
- $|x| > a$ bərabərsizliyi isə $x > a$ və ya $x < -a$ bərabərsizliyi ilə eynigüclüdür.

Misal.

a) $|x-2| \leq 3$

$$-3 \leq x-2 \leq 3$$

$$\begin{cases} -3 \leq x-2 \\ x-2 \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x \leq -2+3 \\ x \leq 3+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x \leq 1 \\ x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow [-1; 5]$$



b) $|x-2| < -3$

$\emptyset$

modul heç vaxt mənfi olmur

c) $|x-2| < 0$

$\emptyset$

ç) $|x-2| \leq 0$

$$x-2=0$$

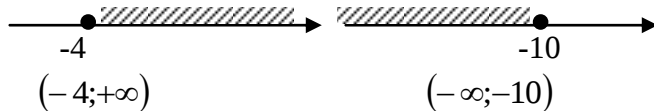
$$x=2$$

e) $|x+7| > 3$

$$x+7 > 3 \quad \text{və ya} \quad x+7 < -3$$

$$x > 3-7 \quad \quad \quad x < -3-7$$

$$x > -4 \quad \quad \quad x < -10$$



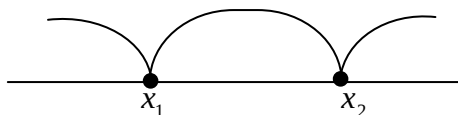
Cavab: $(-\infty; -10) \cup (-4; +\infty)$

ə) $|x+7| > -2$

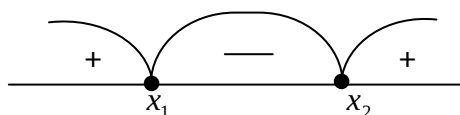
$(-\infty; +\infty)$, çünki modul həmişə sıfırdan böyük və ya bərabər olur.

İntervallar metodu ilə bərabərsizliklər həlli.

$a(x-x_1)(x-x_2) > 0$ və s. şəklində olan bərabərsizlikləri intervallar üsulu ilə həll etmək üçün ədəd oxunda x_1 və x_2 - ni qeyd edirik və aralıqlara ayırırıq.



Bu aralıqlardan bir qiymət verməklə o aralıqda ifadənin müsbət və ya mənfi olduğunu araşdırırıq. Əgər



alınsa, yuxarıdakı bərabərsizliyin həllər çoxluğu $(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ olar.

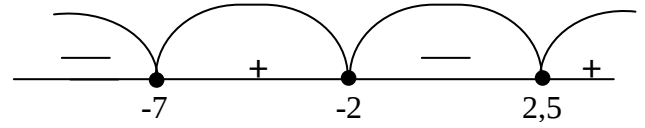
• a) $(x+2)(2x-5)(x+7) \geq 0$

$$(x+2)(2x-5)(x+7) = 0$$

$$x+2=0 \quad 2x-5=0 \quad x+7=0$$

$$x=-2 \quad 2x=5 \quad x=-7$$

$$x=2,5$$



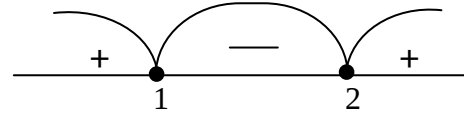
Cavab: $[-7; -2] \cup [2,5; +\infty)$

• b) $x^2 - 3x + 2 \geq 0$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 2$$



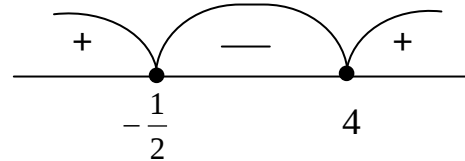
Cavab: $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$

• c) $\frac{x-4}{2x+1} \geq 0$

$$x-4=0 \quad 2x+1 \neq 0$$

$$x=4 \quad 2x \neq -1$$

$$x \neq -\frac{1}{2}$$



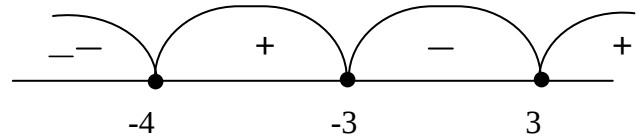
Cavab: $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup [4; +\infty)$

• d) $\frac{x^2 - 9}{x+4} \geq 0$

$$x^2 - 9 = 0 \quad x+4 \neq 0$$

$$x^2 = 9 \quad x \neq -4$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = -3$$



Cavab: $(-4; -3] \cup [3; +\infty)$

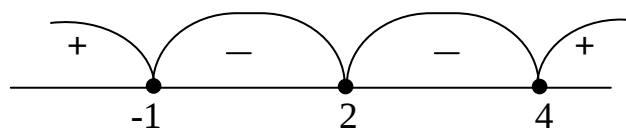
• e) $\frac{(x-2)^2}{x^2 - 3x - 4} \geq 0$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

$$x^2 - 3x - 4 \neq 0$$

$$x \neq 4 \quad x \neq -1$$



Bu misalda $\{2\}$ ədədi bərabərsizliyi ödədiyi üçün həlldir.

Cavab: $(-\infty; -1) \cup \{2\} \cup (4; +\infty)$ olur.

• f) Sistemi həll edin

$$\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x^2 - 9 > 0 \end{cases}$$

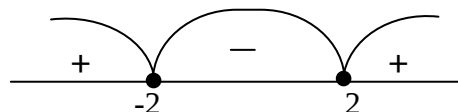
Əvvəlcə sistemin 1-ci bərabərsizliyini həll edək.

$$x^2 - 4 > 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$



$$(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$$

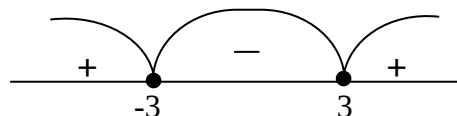
İndi isə sistemin 2-ci bərabərsizliyini həll edək.

$$x^2 - 9 > 0$$

$$x^2 - 9 = 0$$

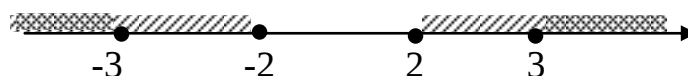
$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$



$$(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$$

İndi hər iki cavabın kəsişməsini tapaq.



Yekun cavab: $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ olur.

Ədədin standart şəkli

Böyük və ya kiçik ədədlərin $a \cdot 10^n$ şəklində yazılmasına onun standart şəkli deyilir, burada a ədədi üçün $a \in [1; 10)$, $1 \leq a < 10$ olmalıdır, n -ə isə ədədin tərtibi deyilir.

$$1350000000000000 = 1,35 \cdot 10^{15}$$

$$0,00000000000039 = 3,9 \cdot 10^{-12}$$

$$0,5 = 5 \cdot 10^{-1}$$

$$0,889 \cdot 10^5 = 8,89 \cdot 10^{-1} \cdot 10^5 = 8,89 \cdot 10^4$$

$$4320000000000 = 4,32 \cdot 10^{11}$$

Həndəsi orta

Bir neçə ədədin həndəsi ortasını tapmaq üçün həmin ədədləri bir-birinə vurub, alınmış hasildən vuruqların sayı dərəcədən kök almaq lazımdır.

Misal. a) 6 və 24 –ün həndəsi ortasını tapaq.

$$\sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{144} = 12$$

b) 3;9;27 –nin həndəsi ortasını tapaq

$$\sqrt[3]{3 \cdot 9 \cdot 27} = \sqrt[3]{27 \cdot 27} = 3 \cdot 3 = 9$$

Həndəsi və ədədi orta arasında belə münasibət var.

$$\frac{a_1 + a_2}{2} \geq \sqrt{ab}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}$$

Bəzi mühüm bərabərsizliklər

1. İstənilən mənfi olmayan a, b ədədləri üçün

$$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

bərabərsizliyi doğrudur, bərabərlik yalnız $a = b$ olduqda alınır.

2. İstənilən a və b ədədləri üçün

$$a^2 + b^2 \geq 2ab \quad \text{doğrudur.}$$

3. İstənilən müsbət a ədədi üçün

$$a + \frac{1}{a} \geq 2$$

bərabərsizliyi doğrudur və bərabərlik yalnız $a = 1$ olduqda alınır.

4. İstənilən $a > 0, b > 0$ ədədləri üçün

$$(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$$

həmişə doğrudur.

5. İstənilən a, b, c ədədləri üçün

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$$

doğrudur.

6. İstənilən $b \neq 0, b \neq 1$ ədədi üçün

$$b^2 + \frac{1}{b^2} > 2$$

doğrudur.

7. İstənilən iki müsbət ədədin kubları cəmi həmin ədədlərin hasili ilə cəminin hasilindən kiçik deyildir

$$a^3 + b^3 \geq ab(a+b)$$

bərabərlik $a = b$ olduqda olur.

8. İstənilən iki ədədin cəminin modulu həmin ədədlərin modulları cəmindən böyük deyil

$$|a+b| \leq |a| + |b|$$

(bərabərlik a və b ədədləri eyni işarəli olduqda alınır).

9. İstənilən iki ədədin fərqlərinin modulu həmin ədədlərin modulları fərqlərinə kiçik deyil

$$|a-b| \geq |a| - |b|$$

bərabərlik ədədlər eyni işarəli olduqda alınır.

10. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ olduqda

$$(a+b)(b+c)(a+c) \geq 8abc$$

11. İstənilən müsbət a, b, c ədədləri üçün

$$a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$$

12. İstənilən müsbət a, b, c ədədləri üçün

$$(a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9$$

13. İstənilən iki a və b həqiqi ədədləri üçün

$$a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3$$

Mündəricat

Ədədi ifadələr.....	1
Dəyişəni olan ifadələr	1
Eynilik.....	2
Eynigüclü tənliklər.....	2
Birdəyişənli xətti tənliklər.....	3
Modullu tənliklər	4
Funksiya.....	4
Xətti funksiya.....	6
Düz mütənasiblik.....	7
Tərs mütənasiblik.....	8
Modul funksiyalar.	8
Qüvvət.....	10
Qüvvətin xassələri.....	11
Qüvvətlərin müqayisəsi.....	11
Birhədli.....	12
$y = ax^2$ və $y = ax^3$ funksiyaları.....	13
Mütləq və nisbi xəta	14
Çoxhədlilər.....	14
Çoxhədlinin vuruqlara ayrılması.	15
Müxtəsər vurma düsturları.....	16
İkidəyişənli xətti tənliklər.....	18
İkidəyişənli xətti tənliklər sistemi.....	19
Həqiqi ədədlər.....	22
Hesabi kvadrat kök.....	23
$x^2 = a$ tənliyi.....	24
$y = \sqrt{x}$ funksiyası.....	24

Hesabi kvadrat köklər üzərində çevirmələr.....	25
Kvadrat tənliklər.....	26
Kvadrat tənliyin kökləri düsturu.....	27
Kvadrat üçhədlidən tam kvadrat ayırma	28
Kvadrat üçhədlinin ən böyük və ən kiçik qiyməti.....	28
Viyet teoremi	29
Kvadrat tənliyin köklərinin əmsallara görə araşdırılması.....	30
Rasional tənliklər.....	31
Dəyişəni modul daxilində olan tənliklər	32
Bərabərsizliklər. Bərabərsizliklərin xassələri.....	34
İkiqat bərabərsizliklər üzərində əməllər.....	36
Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər	36
Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi.....	37
Modullu bərabərsizliklər (sadə formalı).....	37
İntervallar metodu ilə bərabərsizliklərin həlli.....	38
Ədədin standart şəkli.....	40
Həndəsi orta.....	41
Bəzi mühüm bərabərsizliklər.....	41