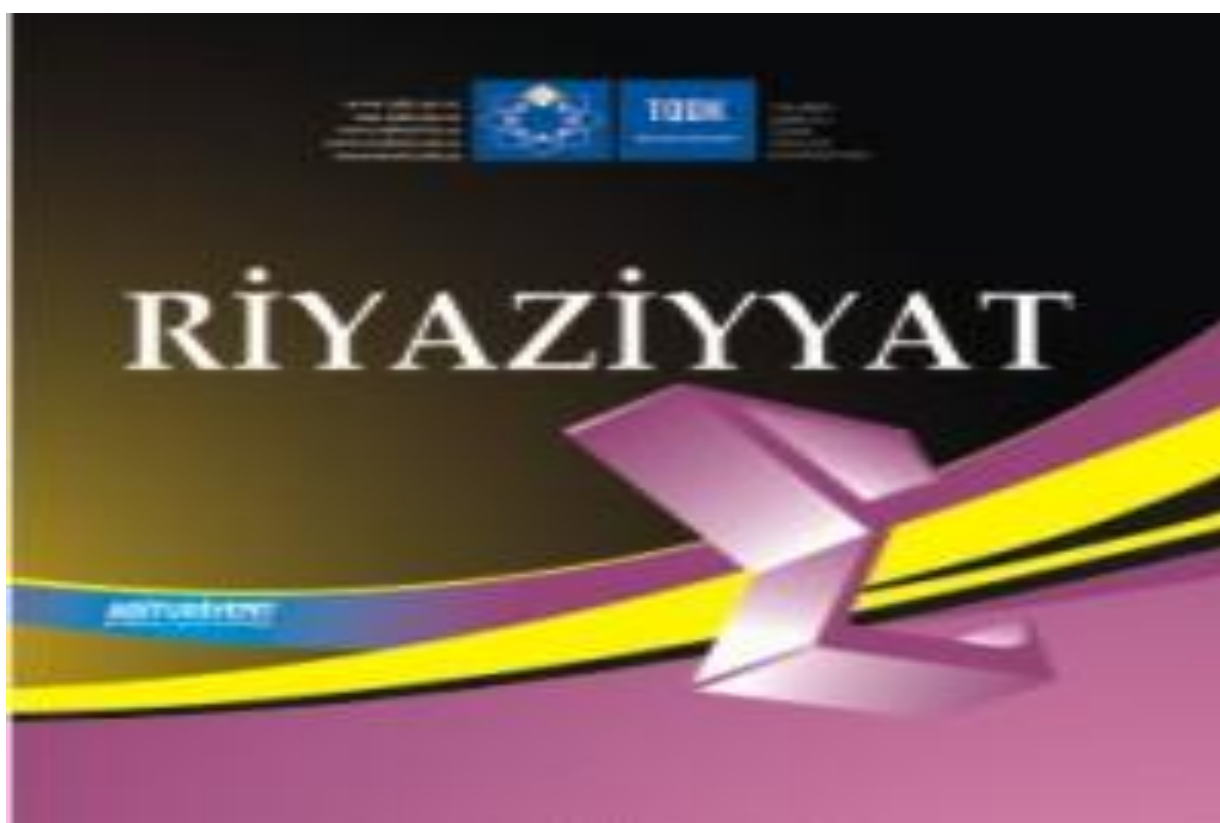


E.M.Cavadov



I HİSSƏ

Abituriyentlər üçün dərs vəsaiti

Toplama

Toplama ilk əməl olduğu üçün ona tərif verilmir. Toplanan ədədlər toplananlar, toplama nəticəsində alınan ədəd isə cəm adlanır.

$$a + b = c$$

a - toplanan, b - toplanan, c - cəmdir.

Toplamanın iki qanunu var.

1. Yerdəyişmə qanunu. Toplananların yerini dəyişdikdə cəm dəyişmir.

$$a + b = b + a$$

2. Qruplaşdırma qanunu. Toplananları istənilən qaydada qruplaşdırmaq olar.

$$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c) = b + (a + c)$$

Məs: $29 + 12 + 1 = (29 + 1) + 12 = 30 + 12 = 42$

Çıxma

Cəm və toplananlardan biri məlum olduqda o biri toplananı tapmaq əməli çıxma adlanır.

$$a - b = c$$

a -azalan, b -çıxılan, c -fərqdır.

Toplama və çıxma qarşılıqlı tərs əməllərdir. Çıxmada yerdəyişmə qanunu yoxdur.

$$a - b \neq b - a$$

$$a - 0 = a; \quad a - a = 0$$

Toplama və çıxma birinci pillə əməlləri adlanır.

Vurma

Eyni toplananların cəmini tapma əməlinə vurma deyilir.

Məs: $5 + 5 + 5 + 5 = 5 \cdot 4 = 20$

$$a \cdot b = c$$

a -vuruq, b -vuruq, c -hasildir.

İstənilən ədədi sıfıra vurduqda sıfır alınır: $a \cdot 0 = 0$

İstənilən ədədi vahidə vurduqda həmin ədəd dəyişmir: $a \cdot 1 = a$

Vurma əməlinin 3 qanunu var.

1. Yerdəyişmə qanunu: vuruqların yerini dəyişdikdə hasil dəyişməz.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

2. Qruplaşdırma qanunu : Vuruqları istənilən çür qruplaşdırdıqda hasil dəyişmir.

$$a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = (a \cdot c) \cdot b$$

Hərfi vuruqlar arasında vurma işarəsi qoyulmur,

$$abc = a(bc) = (ab)c = (ac)b$$

$$\text{Məs: } 25 \cdot 12 \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot 12 = 100 \cdot 12 = 1200$$

3. a) Vurmanın toplamaya nəzərən paylama qanunu: ədədi cəmə vurmaq üçün ədədi hər bir toplanana vurub hasilləri cəmləmək lazımdır.

$$a(b+c)=a \cdot b+ac$$

b) Vurmanın çıxmaya nəzərən paylama qanunu: ədədi fərqlə vurmaq üçün ədədi azalan və çıxılana vurub birinci hasildən ikinci hasili çıxmaq lazımdır.

$$a(b-c)=ab-ac$$

B ö l m ə

Hasıl və vuruqlardan biri verildikdə, o biri vuruğu tapmaq əməlinə bölmə deyilir.

$$a : b = c$$

a-bölünən, b-bölən, c-qismətdir.

Sıfır bölmək olmaz: $a : 0$ bölmək olmaz! $0:0$ bölmək olmaz!

İstənilən ədədi vahidə böldükdə həmin ədədin özü alınır. $a : 1 = a$

İstənilən natural ədədi özünə böldükdə vahid alınır. $a : a = 1$

Sıfırı istənilən natural ədədə böldükdə sıfır alınır. $0 : a = 0$

Bölünən bölənə tam bölünürsə, tam bölmə, qalıq alınarsa qalıqlı bölmə adlanır.

$$23 : 5 = 4 \text{ (qalıq 3)}$$

23- bölünən

5 – bölən

4 – natamam qismət

3 – qalıqdır

$$23 = 4 \cdot 5 + 3.$$

Əgər $\begin{array}{r|l} a & b \\ x & c \end{array}$ olarsa, onda $a = b \cdot c + x, x < b$

Buna qalıqlı bölmənin düsturu deyilir.

- Qalıq həmişə böləndən kiçik olmalıdır.

Natural ədədlərin bölündüyü ədədlərə bölən deyilir. 24 – ün natural bölənləri : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Ədədin ən kiçik böləni 1, ən böyük böləni özüdür. Ədədin bölənləri sonlu saydadır.

Natural ədədə bölünən ədədlərə - bölünənlər deyilir.

Ən kiçik bölünən ədədin özü, ən böyüyü isə təyin olunmayıb, çünki, natural ədədlər sırası sonsuzdur.

24 – ün bölünənləri: 24, 48, 72 və s.

$$\{1,2,3,4,6,8,12,24\} \leq 24 \leq \{24,48,72,\dots\}, \text{yəni,}$$

$$\text{bölənlər} \leq \text{ədəd} \leq \text{bölünənlər}$$

Vurma və bölmə əməlləri ikinci pillə əməlləri adlanır.

- a ədədini b vahid artırmaq $a + b$
- a ədədini b vahid (qədər) azaltmaq $a - b$
- a ədədini b dəfə artırmaq (misl) $a \cdot b$
- a ədədini b dəfə azaltmaq $a : b$

Əməllər sırası

1. Əgər misalda toplama və çıxma əməlləri iştirak edirsə, onda yazıldığı sırada həll olunur.

$$4 - 3 + 5 = 6$$

2. Əgər misalda vurma və bölmə əməlləri iştirak edərsə, yazıldığı sırada həll olunur

$$15 : 3 \cdot 4 = 20$$

3. Əgər misalda toplama, çıxma, vurma və bölmə əməlləri iştirak edərsə, əvvəlcə yazıldığı sıra ilə vurma, bölmə, sonra isə toplama və çıxma həll olunur.

$$2 + 15 \cdot 2 + 7 = 2 + 30 + 7 = 39$$

4. Əgər ifadədə mötərizələr varsa, əvvəlcə mötərizənin içərişi həll olunur.

$$(2 + 15) \cdot 2 + 7 = 17 \cdot 2 + 7 = 34 + 7 = 41$$

Tənlik

Dəyişəni olan bərabərliyə tənlik deyilir. Dəyişənin tənliyi ödəyən qiymətinə tənliyin kökü və ya həlli deyilir.

1. Məchul toplananı tapmaq üçün cəmdən məlum toplananı çıxmaq lazımdır.

$$\begin{aligned} x + 5 &= 12 \\ x &= 12 - 5 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

2. Məchul azalanı tapmaq üçün fərqi üzərinə çıxılanı gəlmək lazımdır.

$$\begin{aligned} x - 4 &= 7 \\ x &= 7 + 4 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

3. Məchul çıxılanı tapmaq üçün azalandan fərqi çıxmaq lazımdır

$$\begin{aligned} 12 - x &= 8 \\ x &= 12 - 8 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

4. Məchul vuruğu tapmaq üçün hasili məlum vuruğa bölmək lazımdır.

$$\begin{aligned} 12 \cdot x &= 36 \\ x &= 36 : 12 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

5. Məchul bölünəni tapmaq üçün qisməti bölənə vurmaq lazımdır

$$\begin{aligned} x : 8 &= 5 \\ x &= 5 \cdot 8 \\ x &= 40 \end{aligned}$$

6. Məchul böləni tapmaq üçün bölünəni qismətə bölmək lazımdır.

$$\begin{aligned} a) 12: x &= 3 \\ x &= 12 : 3 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) (2x + 3): 7 &= 35 \\ 2x + 3 &= 35 \cdot 7 \\ 2x + 3 &= 245 \\ 2x &= 245 - 3 \\ 2x &= 242 \\ x &= 121 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) 18 - 32: x &= 2 \\ 18 - 2 &= 32: x \\ 32: x &= 16 \\ x &= 32: 16 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Bərabərsizliklər

Bir – birinə $<, >, \leq, \geq$ işarələri ilə bağlı olan ifadələrə bərabərsizlik deyilir.

Dəyişənin bərabərsizliyi ödəyən qiymətlərinə bərabərsizliyin həlli deyilir.

$x < 6$ bərabərsizliyinin natural həlləri 1,2,3,4,5 – dir

$x \leq 6$ bərabərsizliyinin natural həlləri 1,2,3,4,5,6 – dır

$x > 7$ bərabərsizliyinin natural həlləri 8, 9, 10, 11, 12, və s.

$x \geq 7$ bərabərsizliyinin natural həlləri 7,8,9,10,11,12,.....və s.

$a < x < b$ şəklində olan bərabərsizliklərə ikiqat bərabərsizliklər deyilir.

$3 < x < 6$ bərabərsizliyinin natural həlləri 4; 5 - dir

$3 \leq x \leq 6$ bərabərsizliyinin natural həlləri 3,4,5,6 - dır

$3 \leq x < 6$ bərabərsizliyinin natural həlləri 3,4,5 - dir

$3 < x \leq 6$ bərabərsizliyinin natural həlləri 4,5,6 - dır.

Metrik ölçü sistemi. Ən çox işlənən ölçü vahidləri

Uzunluq vahidləri, sahə vahidləri, həcm vahidləri, kütlə vahidləri metrik ölçü sisteminin vahidləri adlanır. Metrik ölçü sistemində əsas uzunluq vahidi olaraq metr, əsas kütlə vahidi olaraq kiloqram qəbul edilmişdir.

Metrik ölçü sistemində bir ölçü vahidi digərinin 10-a, 100-ə, 1000-ə və s. vurulması və ya bölünməsi ilə alınır.

Zaman vahidləri metrik ölçü sistemində daxil deyil, çünki, hər bir zaman vahidi digərindən 60- a, 60²- na, 60³- na vurmaqla və ya bölməklə alınır.

a) Uzunluq vahidləri

$$1 \text{ sm} = 10 \text{ mm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ sm} = 100 \text{ mm}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ sm} = 1000 \text{ mm}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 10000 \text{ dm} = 100000 \text{ sm} = 1000000 \text{ mm}$$

b) Kütlə vahidləri

$$1 \text{ kiloqram (kq)} = 1000 \text{ qram (q)}$$

$$1 \text{ sentner (s)} = 100 \text{ kiloqram (kq)}$$

$$1 \text{ ton (t)} = 10 \text{ sentner (s)} = 1000 \text{ kiloqram (kq)} = 1000000 \text{ qram (q)}$$

$$1 \text{ qram (q)} = 1000 \text{ milliqram (mq)}$$

c) Sahə vahidləri

1 kvadrat santimetr=100 kvadrat millimetr

$1 \text{ m}^2=100 \text{ dm}^2=10000 \text{ sm}^2= 1000000 \text{ mm}^2$

1 ar= 1 sot= 100 m^2

1 ha=100 ar= 10000 m^2

$1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha}=1000000 \text{ m}^2$

1 ar - tərəfi 10 m olan kvadratın sahəsidir.

1 ha - tərəfi 100 m olan kvadratın sahəsidir.

d) Həcm vahidləri

1 litr (l)=1 kub desimetr (dm^3)

1 hektolitr (hl)= 100 litr (l)

1 kub desimetr= 1000 kub santimetr

1 kub metr= 1000 kub desimetr= 1000000 kub santimetr

1 barel= 159 litr

e) Zaman vahidləri

1 il= 12 ay

1 saat= 3600 saniyə

1 həftə= 7 gün

1 əsr=100 il

1 gün (sutka)= 24 saat

1 era= 1000 il

1 saat = 60 dəqiqə

1 era=10 əsr

1 dəqiqə= 60 saniyə

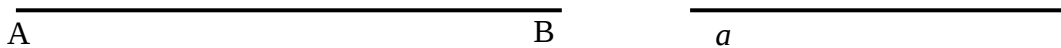
1 qərinə= 33 il

Qeyd. $1 \text{ m}= 100 \text{ sm}$ və $1 \text{ sm} = \frac{1}{100} \text{ m}$ olduğundan $7 \text{ sm} = \frac{7}{100} \text{ m}$

Düz xətt və müstəvi

Riyaziyyatda elə anlayışlar var ki, ona tərif verilmir. Belə anlayışlara əsas və ya ilk anlayış deyilir. Nöqtə, düz xətt, müstəvi, məsafə, çoxluq və s. ilk anlayışdır.

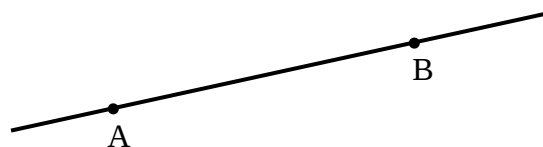
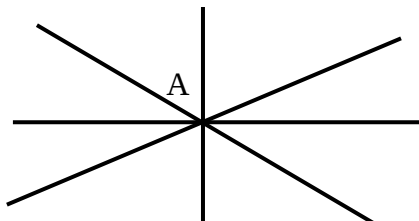
Düz xəttə tərif verilmir. Düz xəttin nə başlanğıcı var, nə də sonu.



Düz xətt belə işarə olunur

(AB) düz xətti və ya a düz xətti

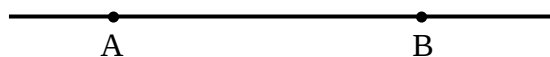
Bir nöqtədən sonsuz sayda düz xətt keçirmək olar. İki nöqtədən yalnız bir düz xətt keçirmək olar. İki düz xətt yalnız və yalnız bir nöqtədə kəşir.



Stolun, lövhənin, şüşənin üstü müstəvi təsəvvürünü verir. Şüşənin, lövhənin kənarları var, müstəvinin isə kənarları yoxdur.

Parça

İki tərəfdən kəsilmiş və hüdudlanmış düz xəttə parça deyilir



A və B nöqtələrinə parçanın ucları deyilir

Parça belə işarə olunur $[AB]$ və ya $[BA]$

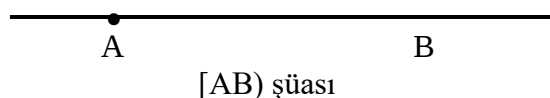
Parçanın ucları arasındakı məsafəyə onun uzunluğu deyilir və $|AB|$ kimi işarə olunur.

Şüa (yarımdüz xətlər)

Bir tərəfdən kəsilmiş və hüdudlanmış xəttə şüa deyilir.

Şüanın başlanğıcı var, sonu isə yoxdur.

Şüanın başlanğıcı həmişə 1- ci yerdə yazılır.



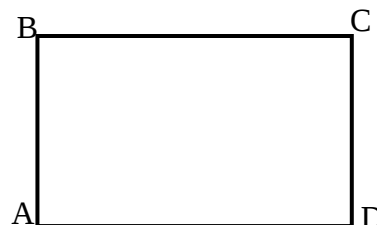
Düzbucaqlı

Düzbucaqlının bütün bucaqları 90^0 olur.

Düzbucaqlıda qarşı tərəflər bir – birinə bərabər olur.

$$|AB| = |CD|$$

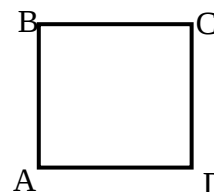
$$|BC| = |AD|$$



Kvadrat

Kvadratda bütün tərəflər bir - birinə bərabər olur

$$|AB| = |BC| = |CD| = |AD|$$



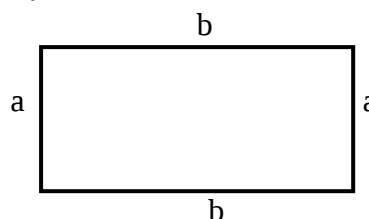
Perimetr

Hər hansı bir fiqurun perimetrini tapmaq üçün onun bütün tərəflərinin uzunluqlarını toplamaq lazımdır.

1. düzbucaqlı

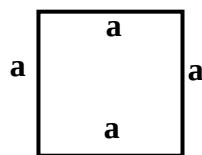
$$P = 2a + 2b$$

$$P = 2(a + b)$$



2. kvadrat

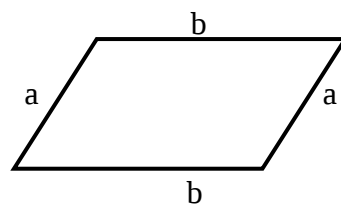
$$P = 4a$$



3. paraleloqram

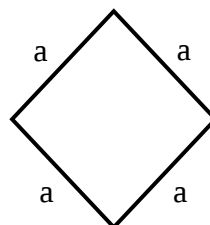
$$p = 2a + 2b$$

$$p = 2(a + b)$$



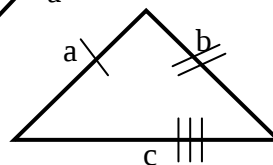
4. romb

$$P = 4a$$



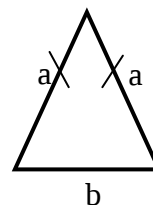
5. müxtəlif tərəfli üçbucaq

$$p = a + b + c$$



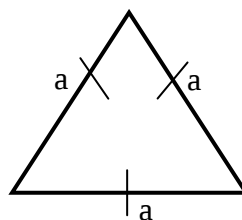
6. bərabəryanlı üçbucaq

$$p = 2a + b$$



7. bərabərtərəfli və ya düzgün üçbucaq

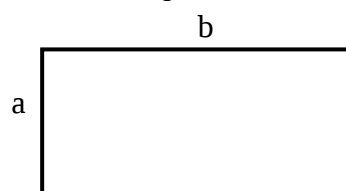
$$p = 3a$$



Düzbucaqlının sahəsi

Düzbucaqlının sahəsini tapmaq üçün enini uzununa vurmaq lazımdır

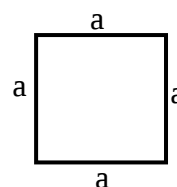
$$S = a \cdot b$$



Kvadratın sahəsi

Kvadrat bütün tərəfləri bərabər olan düzbucaqlıdır. Ona görə də

$$S = a \cdot a = a^2$$



Düzbucaqlı paralelepiped

- Düzbucaqlı paralelepipedin 6 üzü var. Hər biri düzbucaqlıdır.
- Düzbucaqlı paralelepipedin 8 təpəsi var
- Düzbucaqlı paralelepipedin 12 tili var
- Düzbucaqlı paralelepipedin 3 ölçüsü var:
eni, uzunluq və hündürlüyü (a, b, c)
- Düzbucaqlı paralelepipedin tillərinin uzunluqları belə hesablanır.

$$l = 4(a + b + c)$$

- Düzbucaqlı paralelepipedin səthinin sahəsi .

$$S = 2(ab + ac + bc)$$

$$S_{yan} = 2(ac + bc)$$

- Düzbucaqlı paralelepipedin diaqonalı

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

- Düzbucaqlı paralelepipedin həcmi tapmaq üçün enini uzununa və hündürlüyünə vurmaq lazımdır.

$$V = abc$$

- Düzbucaqlı paralelepipedin oturacağı düzbucaqlı olduğu üçün həcmi tapmaq üçün oturacağın sahəsini hündürlüyə vurmaq olar.

$$V = SH$$

Kub

Əgər düzbucaqlı paralelepipedin bütün ölçüləri bir – birinə bərabərdirsə, ona kub deyilir. Kubun səthi 6 bərabər kvadratdan ibarətdir.

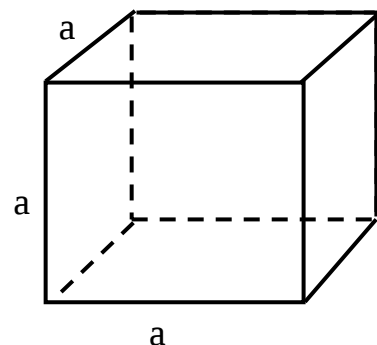
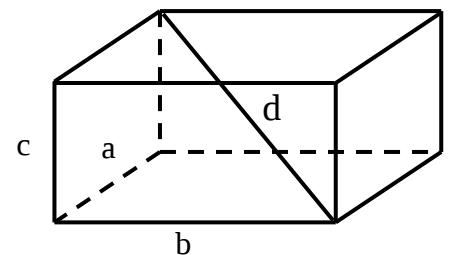
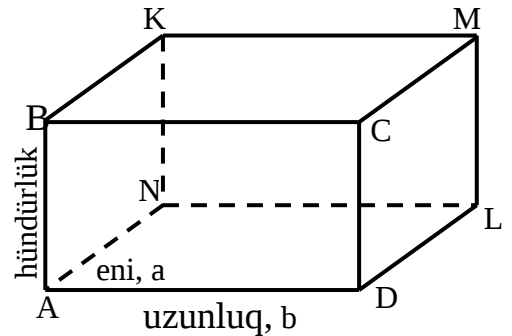
Kubun həcmi $V = a^3$

Kubun səthinin sahəsi $S_{tam} = 6a^2$

$S_{yan} = 4a^2$ düsturu ilə hesablanır.

Kubun tillərinin uzunluqları cəmi $l = 12a$ olur.

Kubun diaqonalı $d = a\sqrt{3}$



Hərəkət məsələləri

Düzxətli bərabərsürətli hərəkət məsələlərini həll edərkən:

1. Gedilən yolu tapmaq üçün sürəti zamana vurmaq lazımdır

$$S = v \cdot t$$

S- yol ; v - sürət ; t- zaman

2. Sürəti tapmaq üçün gedilən yolu zamana bölmək lazımdır.

$$v = \frac{S}{t}$$

3. Zamanı tapmaq üçün gedilən yolu sürətə bölmək lazımdır.

$$t = \frac{S}{v}$$

Qarşı-qarşıya və ya əks istiqamətli hərəkətdə sürətlər toplanılır.

$$S = (v_1 + v_2) \cdot t$$

Eyni istiqamətli hərəkətdə sürətlər çıxılır.

$$S = (v_1 - v_2) \cdot t$$

4. Orta sürət (zamanlar bərabər olduqda).

Bütün yola sərf etdiyi vaxtın yarısını v_1 sürəti, digər yarısını isə v_2 sürəti ilə gedən avtomobilin bütün yoldakı orta sürəti aşağıdakı kimi tapılır.

$$v_{orta} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Məsəl. Yola sərf olunan zamanın birinci yarısında maşının sürəti 80 km/saat , ikinci yarısında sürəti 100 km/saat olmuşdur. Maşının orta sürəti nə qədərdir?

$$v_{orta} = \frac{80 + 100}{2} = 90 \text{ km/saat}$$

5. Orta sürət (yollar bərabər olduqda).

Getdiyi yolun yarısını v_1 , digər yarısını v_2 sürəti ilə gedən avtomobilin orta sürəti isə,

$$v_{orta} = \frac{2v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}$$

Məsəl. Maşın gedilən yolun yarısını 80 km/saat , ikinci yarısını 100 km/saat sürətlə getmişdir. Maşının orta sürəti nə qədərdir?

$$v_{orta} = \frac{2v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 80 \cdot 100}{80 + 100} = \frac{16000}{180} = \frac{800}{9} = 88\frac{8}{9}$$

**Sürət ilə yol düz, sürət ilə zaman tərs mütənasibdir.*

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{s_1}{s_2} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1}$$

Qayıq və çay məsələləri

v_q - qayığın durğun sudakı sürəti(öz sürəti)

v_ζ - çayın axın sürəti

$v_{axın}$ - qayığın axın istiqamətindəki sürəti

$v_{\text{якс}}$ - qayığın axının əksinə istiqamətində sürəti.

1. Qayıq çayın axını istiqamətdə hərəkət etdikdə

$$v_{axın} = v_q + v_{\zeta}$$

2. Qayıq çayın axınına qarşı hərəkət etdikdə

$$v_{\text{якс}} = v_q - v_\zeta$$

Buradan asanlıqla yazmaq olar

$$v_q = \frac{v_{axın} + v_{\text{якс}}}{2} \quad v_\zeta = \frac{v_{axın} - v_{\text{якс}}}{2}$$

Çoxluq

Çoxluq ilk anlayış olduğu üçün ona tərif verilmir, yalnız izah olunur. Gündəlik həyatda müşahidə etdiyimiz maşınlar, ağaclar, ulduzlar, ədədlər və s. kimi müxtəlif obyektlər çoxluq əmələ gətirir.

Çoxluğu əmələ gətirən obyekt onun elementi adlanır.

Çoxluq A,B,C, X kimi böyük hərflərlə, onun elementləri isə x,y,z və s. kimi kiçik hərflərlə işarə olunur.

$$A = \{1;2;3;4\}$$

5 ədədi A çoxluğuna daxil deyil, 2 ədədi isə A çoxluğuna daxildir. Bunu belə yazırlar: $5 \notin A$; $2 \in A$

Elementlərinin sayı sonlu olan çoxluğa sonlu çoxluq deyilir. Məsələn, bir-rəqəmli natural ədədlər çoxluğu sonludur.

$$A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

Natural ədədlər çoxluğu isə sonsuz çoxluqdur, çünki onun elementlərinin sayı sonsuzdur.

Boş çoxluq

Heç bir elementi olmayan çoxluğa boş çoxluq deyilir və belə işarə olunur. $\emptyset$ Məsələn, 500 yaşlı adamlar çoxluğu, 2 və 3 arasındakı natural ədədlər çoxluğu və s.

Alt çoxluq

A çoxluğunun hər bir elementi həm də B çoxluğuna daxildirsə, A – ya B – nin alt çoxluğu deyilir və $A \subset B$ kimi yazılır.

Hər bir çoxluq özünün alt çoxluğudur.

$$A \subset A$$

Baş çoxluq hər bir çoxluğun alt çoxluğudur.

$$\emptyset \subset A$$

Əgər $A \subset B$ və $B \subset A$ olarsa, onda A və B –yə bərabər çoxluqlar deyilir $A=B$.

Tutaq ki, $A = \{1;2;3\}$ və $B = \{3;4;5;1;2\}$ çoxluqları verilmişdir. Burada A –nın hər bir elementi B çoxluğuna daxildir. Bunu belə yazırlar; $A \subset B$

Çoxluqların birləşməsi (cəmi)

İki çoxluğun elementlərindən təşkil olunmuş çoxluğa bu çoxluqların birləşməsi deyilir.

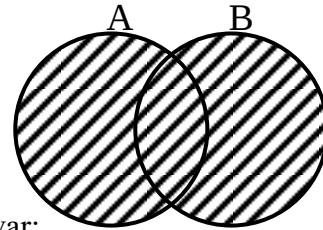
$$A = \{1;2;3;4;5;6\}$$

$$B = \{4;5;6;7;8;9;10\}$$

$$A \cup B = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$$

Çoxluqların birləşməsinin aşağıdakı xassələri var:

1. yerdəyişmə qanunu $A \cup B = B \cup A$
2. Qruplaşdırma qanunu $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
3. $A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$
4. $A \cup A = A$



Çoxluqların kəsişməsi

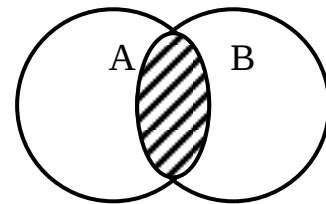
İki çoxluğun ortaq elementlərindən təşkil edilmiş çoxluğa bu çoxluqların kəsişməsi deyilir.

Tutaq ki, $A = \{1;2;3;4;5;6\}$ və $B = \{4;5;6;7;8;9\}$ çoxluqları

verilib. Onda tərifə görə $A \cap B = \{4;5;6\}$

Çoxluqların kəsişməsinin aşağıdakı xassələri var.

1. Yerdəyişmə qanunu. $A \cap B = B \cap A$
2. Qruplaşdırma qanunu. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
3. $A \cap \emptyset = \emptyset \cap A = \emptyset$
4. $A \cap A = A$
5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
6. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$



Verilmiş A çoxluğunun elementlərinin sayı $n(A)$ kimi işarə olunur. İki çoxluğun birləşməsinin elementləri sayı belə tapılır:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

Misal. Sınıfdəki şagirdlərin 12 – si ingilis dilini, 15 – i fransız dilini, 4 – ü isə hər iki dili öyrənir. Sınıfdə neçə şagird var?

Həlli: İngilis dilini öyrənənləri A , fransız dilini öyrənənləri B ilə işarə edək. Onda:

$$n(A) = 12$$

$$n(B) = 15$$

4 nəfər hər iki dili öyrəndiyi üçün A və B çoxluqlarının kəsişməsinin 4 elementi var.

Deməli, $n(A \cap B) = 4$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 12 + 15 - 4 = 23.$$

Çoxluqların fərqi

A çoxluğunun B – yə daxil olmayan elementlərindən düzələn çoxluğa A və B çoxluqlarının fərqi deyilir və $A - B$ və ya A/B kimi işarə olunur.

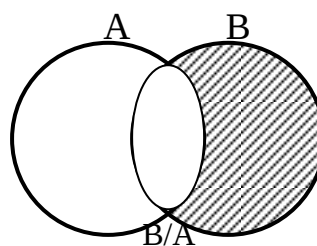
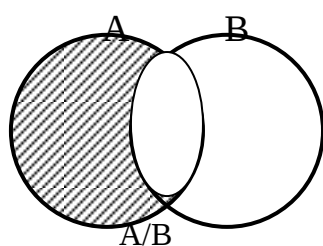
$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$$

$$B = \{1; 2; 3; 4; 5; 9; 10\}$$

$$A/B = \{6; 7; 8\}$$

$$B/A = \{9; 10\}$$

A və B , eyni zamanda B və A çoxluqlarının fərqi Эйler – Ven diaqramlarının köməyi ilə aşağıdakı kimi göstərmək olar.



Əgər $B \subset A$ olarsa, A/B fərqi B çoxluğunun A çoxluğuna tamamlayıcı deyildir.

*Çoxluqlara aid bəzi düsturlar:

$$A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$$

$$(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$$

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$$

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$$

Ədədi aralıqlar

Aralığın növü	Həndəsi təsviri	İşarələnməsi	Bərabərsizlikdə ifadəsi
İnterval		$(a ; b)$	$a < x < b$
Parça		$[a ; b]$	$a \leq x \leq b$
Yarıminterval		$(a ; b]$	$a < x \leq b$
Yarıminterval		$[a ; b)$	$a \leq x < b$
Şüa		$[a ; +\infty)$	$x \geq a$
Şüa		$(-\infty; b]$	$x \leq b$
Açıq şüa		$(a; +\infty)$	$x > a$
Açıq şüa		$(-\infty; b)$	$x < b$

$(-\infty; +\infty) = \mathbb{R}$ ədəd düz xəttidir

Misal . a) $[4; 7] \cap [5; 12] = [5; 7]$



b) $(-\infty; 3] \cup [3; 7) = (-\infty; 7)$

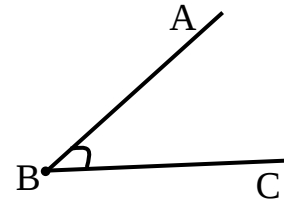


Bucaq

Bir nöqtədən çıxan iki şüanın əmələ gətirdiyi fiqura bucaq deyilir.

$[BA)$ və $[BC)$ bucağın tərəfləridir, B nöqtəsi bucağın təpəsidir. Bucaq belə işarə olunur $\angle$, bucağın təpəsi ortada yazılır.

$$\angle ABC, \angle CBA, \angle B$$



Bucağın qiyməti aşağıdakı kimi göstərilir

$$\hat{ABC} = 90^\circ$$

Bucağın qiyməti dərəcə, dəqiqə, saniyə və radianla ölçülür. Bucaqların aşağıdakı növləri vardır.

1. 90° – li bucağa düz bucaq deyilir.

$$\hat{ABC} = 90^\circ = 1d$$

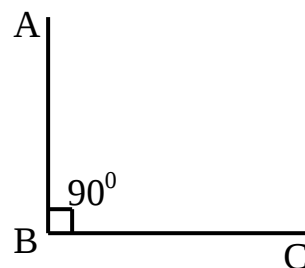
Düz bucağın $\frac{1}{90}$ hissəsinə dərəcə deyilir.

$$1^0 = \frac{1}{90} \text{ düz bucaq}$$

$$1^0 = 60' \text{ (dəqiqə)}$$

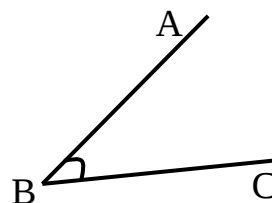
$$1' = 60'' \text{ (saniyə)}$$

$$1^0 = 3600''$$

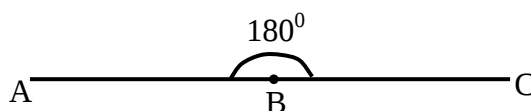


2. Düz bucaqdan kiçik olan bucağa iti bucaq deyilir.

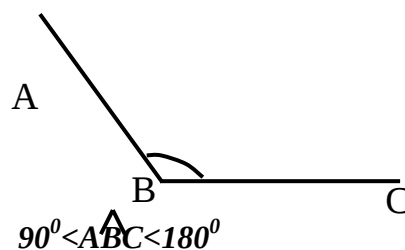
$$\angle ABC < 90^0$$



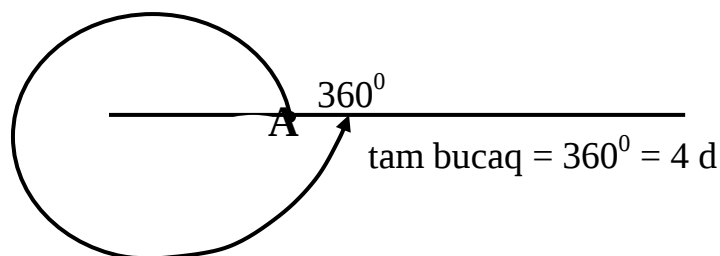
3. 180^0 – li bucağa açıq bucaq deyilir.



4. Düz bucaqdan böyük, açıq bucaqdan kiçik olan bucağa kor bucaq deyilir.



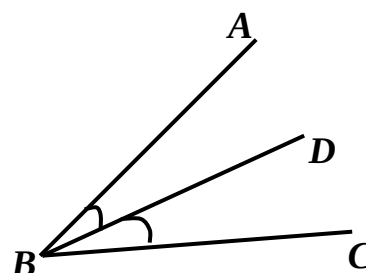
5. 360^0 – li bucağa tam bucaq deyilir.



Bucağın təpəsindən çıxan və onu yarıya bölən şüaya bucağın tən böləni deyilir (bissektrisa)

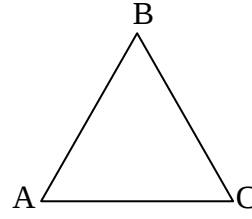
[BD) şüası tən böləndir

$$\angle ABD = \angle DBC$$



Üçbucaq

AB, BC, AC üçbucağın tərəfləridir. A,B,C-nöqtələri üçbucağın təpə nöqtəsidir. Üçbucağın 3 bucağı, $\angle A, \angle B$ və $\angle C$ var. Üçbucaq belə yazılır: $\triangle ABC$



Üçbucağın hər bir tərəfi digər iki tərəfin cəmindən kiçik olmalıdır.

$$AB < BC + AC$$

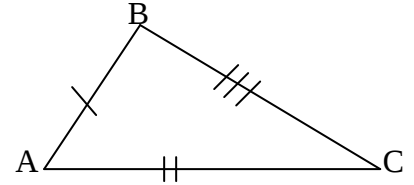
$$BC < AB + AC$$

$$AC < AB + BC$$

Üçbucağın tərəflərinin uzunluğuna görə 3 növü var.

1) müxtəlif tərəfli üçbucaq

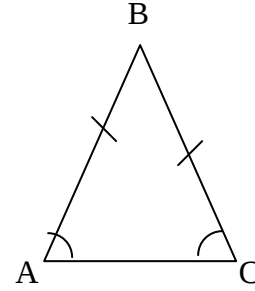
$$AB \neq BC \neq AC$$



2) bərabəryanlı üçbucaq.

$$AB = BC$$

$$\angle A = \angle C$$



bərabərtərəflərə yan tərəf, o biri tərəfə oturacaq deyilir.

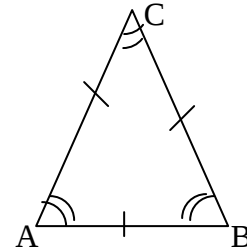
a) Bərabəryanlı üçbucağın yan tərəfləri bərabərdir.

b) Bərabəryanlı üçbucaqla oturacağa bitişik bucaqlar bərabərdir.

3) Bərabərtərəfli üçbucaq

$$AB = BC = AC$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$

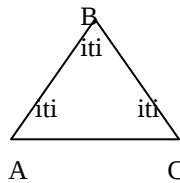


Bucaqlarına görə üçbucağın 3 növü var.

1. itibucaqlı üçbucaq

Belə üçbucağın bütün

bucaqları iti bucaq olmalıdır.



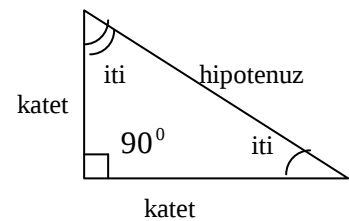
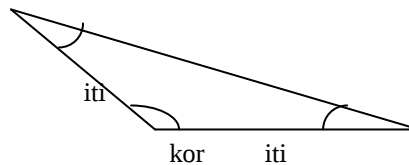
2. düzbucaqlı üçbucaq

Belə üçbucağın bir bucağı 90° olur.

3. korbucaqlı üçbucaq.

Belə üçbucağın bir bucağı

kor bucaq olmalıdır.



- Üçbucağın bucaqlarının cəmi 180° - dir.
- İstənilən üçbucağın ən azı iki bucağı iti bucaq olur.

Rəqəmlər

Rəqəmlər- ədədləri yazmaq üçün istifadə olunan simvollarıdır.

$$\underbrace{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}_{10 \text{ sayda}}$$

Rəqəmlərin sayı 10 sayda olduğu üçün istifadə etdiyimiz say sistemi onluq say sistemi adlanır.

Natural ədədlər

Sayma zamanı istifadə olunan ədədlərə natural ədədlər deyilir.

- $N = \{1,2,3,\dots,n,\dots\}$ - natural ədədlər çoxluğu.
- Natural ədədlər sonsuz saydadır.
- Ən kiçik natural ədəd 1- dir.
- Ən böyük natural ədəd yoxdur.
- “0” – natural ədəd deyil.
- İstənilən natural ədəd üçün:
 - a) natural ədədlərin cəmi, hasili, qüvvəti həmişə natural ədəddir.
 - b) natural ədədlərin fərqi və nisbəti natural ədəd ola da bilər, olmaya da bilər.

Misal. Rəqəmləri müxtəlif olan ən böyük beş rəqəmli ədədlə rəqəmləri müxtəlif olan ən kiçik üç rəqəmli ədədin fərqi tapın. $98765-102=98663$

Natural ədədlərin yazılması və oxunması qaydası say sistemi adlanır. Say sistemləri mövqesiz və mövqeli olur.

Mövqesiz say sistemində rəqəmin qiyməti onun durduğu yerdən asılı deyil. Mövqeli say sistemində isə rəqəmin qiyməti onun durduğu yerdən asılıdır. Mövqeli say sistemi bizim istifadə etdiyimiz onluq say sistemidir. Mövqesiz say sistemləri rum rəqəmləri vasitəsilə düzəlir.

I (bir), V (beş), X (on), L (əlli), C (yüz), D (beş yüz), M (min).

Rum rəqəmləri ilə yazanda

- a) kiçik ədəd böyük ədəddən solda yerləşərsə, kiçik ədəd böyük ədəddən çıxılır.

$$IV = 5-1 = 4$$

- b) kiçik ədəd böyük ədəddən sağda yerləşərsə, toplanılır

$$XI = 10+1 = 11$$

- c) eyni ədədlər yan-yanı gələrsə, toplanılır.

$$XX = 10+10 = 20$$

$$XLC = 50-10+100 = 140$$

d) eyni bir ədəd üç dəfədən çox yazıla bilməz, məsələn 4 rəqəmini IV kimi yazırlar, onu IIII kimi yazmaq olmaz.

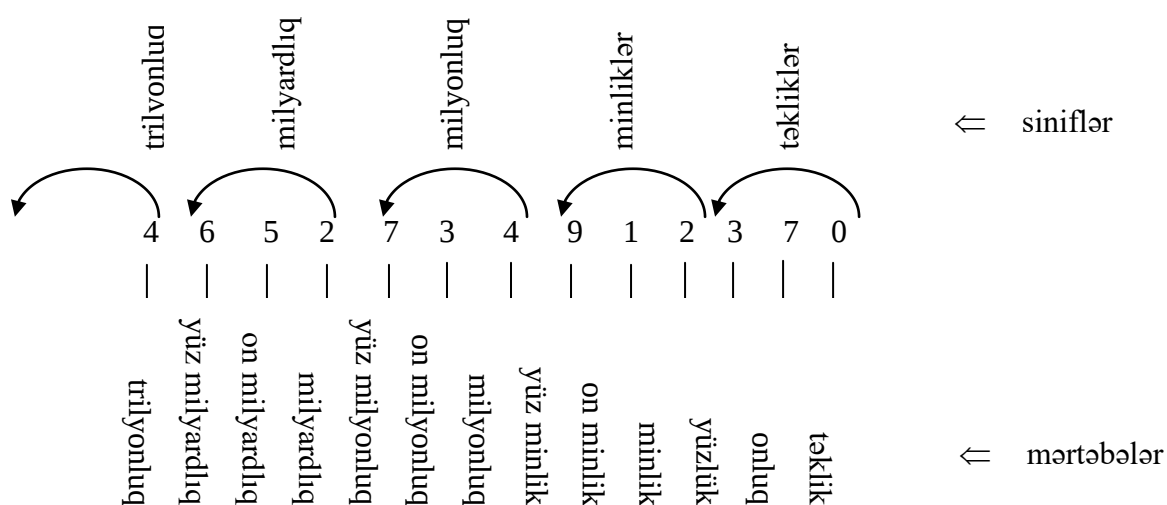
Natural ədədləri oxumaq üçün onu sağdan sola üç – üç qruplara ayırmaq lazımdır. Mərtəbələr sağdan sola belə oxunur: təklilər, onluqlar, yüzliklər, minliklər, on minliklər, yüz minliklər, milyonluq, on milyonluq, yüz milyonluq, milyardlıq (bilyon), on milyardlıq, yüz milyardlıq, trilyonluq.

Məs: 5 trilyon 14 milyard 8 milyon 4 min 8 $\Rightarrow$ 5 014 008 004 008

Natural ədəd soldan sağa oxunur. Hansı mərtəbənin yerinə sıfır yazılıbsa, onun adı çəkilmir.

Məs: 1 004 050 000 040 $\Rightarrow$ 1 trilyon 4 milyard 50 milyon 40

Mərtəbələr və siniflər



$\overline{abcd}$ - ədədində

a – sayda minlik

ab – sayda yüzlik

abc – sayda onluq

$abcd$ – sayda təklilik var

5384 - ədədində

5 - ədəd minlik

53 - ədəd yüzlik

538 - ədəd onluq

5384 - ədəd təklilik var

Natural ədədlərin onluq yazılışı (mərtəbə toplananların cəmi şəklində yazılması)

$$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$$

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

$$\overline{ab} = 10a + b$$

$$3875 = 3 \cdot 1000 + 8 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5$$

$$\frac{\overline{abc} - \overline{ac}}{10} = \frac{(100a + 10b + c) - (10a + c)}{10} = \frac{90a + 10b}{10} = 9a + b$$

Tək və cüt ədədlər

Natural ədədlər tək cə cütlüyünə görə iki qrupa bölünür.

a) 2-yə qalıqsız bölünən ədədlərə cüt ədədlər deyilir.

2;4;6;8;....

b) 2-yə qalıqsız bölünməyən ədədlərə tək ədədlər deyilir.

1;3;5;7;...

Tək ədədin ən kiçiyi 1- dir, ən böyüyü yoxdur.

Cüt ədədin ən kiçiyi 2- dir, ən böyüyü yoxdur.

Tək ədədin düsturu $T = 2n \pm 1$

Cüt ədədin düsturu $C = 2n$, burada $n \in N$

Mənfi ədədlər və sıfır – nə tək, nə də cütdür.

Ardıcıl ədədlər $\Rightarrow 1,2,3,4,5,6,...$

Düsturu: $n, n+1, n+2, n+3, n+4, ...$

Ardıcıl tək ədədlər $\Rightarrow 1,3,5,7,9,11,...$

Düsturu: $2n+1, 2n+3, 2n+5, 2n+7, ...$

Ardıcıl cüt ədədlər $\Rightarrow 2,4,6,8,10,12,....$

Düsturu: $2n, 2n+2, 2n+4, 2n+6, ...$

$$T + T = C \Rightarrow 3 + 5 = 8$$

$$T \cdot T = T \Rightarrow 3 \cdot 5 = 15$$

$$T \cdot C = C \Rightarrow 3 \cdot 6 = 18$$

$$T^n = T$$

$$C^n = C$$

a, b, c, d ədədlərin hamısı təkdirsə, onda

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \Rightarrow T$$

a, b, c, d ədədlərinin ən azı biri cüt ədəddirsə,

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \Rightarrow C \text{ olur.}$$

Bölünmə əlamətləri

- 2– yə. Sonu sıfır və ya cüt rəqəmlə qurtaran bütün ədədlər 2 – yə bölünür

50, 42, 874 və s.

- 3– ə. Rəqəmlərinin cəmi 3 - ə bölünən ədədlər 3 - ə bölünür.

Məsələn, $432 \rightarrow 4+3+2=9 \rightarrow 3\text{-ə bölünür.}$

- 4 – ə. Son iki rəqəmindən düzələn ədədlər 4 - ə bölünürsə, onda ədəd də 4 –ə bölünür.

Məsələn, 5716, 5808, 7000

- **5 – ə.** Sonu 0 və ya 5 olan ədədlər 5 - ə bölünür
Məsələn, 80, 9225
- **6 – ya.** Həm 2 –yə, həm də 3 -ə bölünən ədədlər 6 – ya bölünür. Məsələn, 432
- **8– ə.** Son üç rəqəmindən düzələn ədədlər 8- ə bölünərsə, ədəd də 8 -ə bölünür.
78 016 və 5 000 ədədləri 8-ə bölünür.
- **9– a.** Rəqəmlərinin cəmi 9 – a bölünən ədədlər 9 – a bölünür.
Məsələn, 65241 $\rightarrow 6+5+2+4+1=18 \rightarrow 9$ -a bölünür.
- **10– a.** Sonu sıfır olan bütün ədədlər 10 – a bölünür .
70, 800, 720
- **11– ə.** $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 \dots}$ ədədində $|(a_1 + a_3 + a_5 + \dots) - (a_2 + a_4 + a_6 + \dots)|$ fərqi sıfır olarsa, yaxud 11-ə bölünərsə, bu ədəd 11-ə bölünür.
 $136173829 \Rightarrow (1+6+7+8+9) - (3+1+3+2) = 31 - 9 = 22$
olduğundan bu ədəd 11-ə bölünür.
- **12 – yə.** Həm 3 - ə, həm də 4 - ə bölünən ədəd 12 – yə bölünür.
- **15 – ə.** Həm 3 - ə, həm də 5 - ə bölünən ədəd 15 – ə bölünür.
- **18 – ə.** Həm 9 - a, həm də 2 - yə bölünən ədəd 18 – yə bölünür.
- **25– ə.** Axıncı iki rəqəmi 25 - ə bölünən ədəd 25 - ə bölünür.
- **50– yə.** Axıncı iki rəqəmi 50 - yə bölünən ədəd 50 - yə bölünür.
- **100– ə.** Son iki rəqəmi sıfır olan ədədlər 100- ə bölünür.

7-yə, 11-ə, 13-ə bölünmənin ümumi əlaməti

Ədədin son üç rəqəmini n ilə, qalan rəqəmlərini m ilə işarə edək. $(m-n)$ fərqi 7-yə, 11-ə, 13-ə bölünərsə, ədəd də 7-yə, 11-ə, 13-ə bölünür.

299026

$$299026 \rightarrow (299 - 26) = 273$$

273 ədədi 7-yə, 13-ə, bölünür. Deməli ədəd 7-yə, 13-ə bölünür.

Qeyd 1. Toplananların hər biri a ədədinə bölünərsə, onda cəm də a ədədinə bölünər.

12; 15; 21 ədədlərinin hər biri 3-ə bölünür. Onda $12+15+21=48$ cəmi də 3-ə bölünür.

Qeyd 2. Vuruqlardan heç olmasa biri a ədədinə bölünərsə, onda hasil də a ədədinə bölünər.

Bu 2 təklifin tərsi həmişə doğru deyil

Tam ədədlərdə bölən - qalıq əlaqəsi məsələləri

- Ədədləri 2-yə, 3-ə, 4-ə, 5-ə və s. böldükdə qalıq neçə qala bilər?

$$\left\{ \frac{N}{2} \right\}_{qalıq} = \left\{ \frac{\text{son rəqəm}}{2} \right\}_{qalıq}$$

$$\left\{ \frac{N}{3} \right\}_{qalıq} = \left\{ \frac{\text{rəqəmlərin cəmi}}{3} \right\}_{qalıq}$$

$$\left\{ \frac{N}{4} \right\}_{qalıq} = \left\{ \frac{\text{son 2 rəqəmli rəqəd}}{4} \right\}_{qalıq}$$

$$\left\{ \frac{N}{5} \right\}_{qalıq} = \left\{ \frac{\text{son rəqəm}}{5} \right\}_{qalıq}$$

$$\left\{ \frac{N}{8} \right\}_{qalıq} = \left\{ \frac{\text{son 3 rəqəmli rəqəd}}{8} \right\}_{qalıq}$$

$$\left\{ \frac{N}{9} \right\}_{qalıq} = \left\{ \frac{\text{rəqəmlərin cəmi}}{9} \right\}_{qalıq}$$

$$\left\{ \frac{N}{10} \right\}_{qalıq} = \left\{ \frac{\text{son rəqəm}}{10} \right\}_{qalıq}$$

a, b, c natural ədədlər olduqda

$$a : c \Rightarrow \text{qalıq} = k_1$$

$b : c \Rightarrow \text{qalıq} = k_2$ olarsa, onda

$$\left\{ \frac{a+b}{c} \right\}_{qalıq} = \left\{ \frac{k_1+k_2}{c} \right\}_{qalıq}$$

$$\left\{ \frac{a \cdot b}{c} \right\}_{qalıq} = \left\{ \frac{k_1 \cdot k_2}{c} \right\}_{qalıq}$$

$$\left\{ \frac{a^n}{c} \right\}_{qalıq} = \left\{ \frac{k_1^n}{c} \right\}_{qalıq}$$

Misal. $3442 \cdot 674$ hasilinin 5-ə bölünməsindən alınan qalığı tapın.

$$3442 : 5 \Rightarrow \text{qalıq}(2)$$

$$674 : 5 \Rightarrow \text{qalıq}(4) \text{ olduğundan}$$

$$(3442 \cdot 674) : 5 \Rightarrow (2 \cdot 4) : 5 = 8 : 5 \Rightarrow \text{qalıq}(3)$$

Misal. a -nın 6-ya bölünməsindən alınan qalıq 4 olarsa, $(a^2 + 3)$ -ün 6-ya bölünməsindən alınan qalığı tapın.

$$a : 6 \Rightarrow \text{qalıq} = 4$$

Qalığı ifadədə a -nın yerinə yazmaq.

$$(a^2 + 3):6 \Rightarrow (4^2 + 3):6 = 19:6 \Rightarrow \text{qalıq}=1 \text{ olur.}$$

QEYD. 10 –nün qüvvəti neçə olursa – olsun, onun 3 - ə bölünməsindən alınan qalıq 1-ə bərabərdir.

Aralıqdakı tam ədədlərin sayı

- a və b tam ədədlər olduqda, aralıqdakı tam ədədlərin sayı aşağıdakı kimi tapılır.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} (a;b) \text{ yaxud} \\ a < n < b \end{array} \right\} \Rightarrow N = b - a - 1$$

$$\text{b) } \left[\begin{array}{l} a;b \end{array} \right] \text{ yaxud} \left. \begin{array}{l} a \leq n < b \end{array} \right\} \Rightarrow N = b - a$$

$$\text{c) } \left[\begin{array}{l} a;b \end{array} \right] \text{ yaxud} \left. \begin{array}{l} a \leq n \leq b \end{array} \right\} \Rightarrow N = b - a + 1$$

Misal: $(20;80)$ aralığında neçə tam ədəd olar?

$$N = b - a - 1 = 80 - 20 - 1 = 59$$

Misal: $30 \leq x \leq 64$ aralığında neçə tam ədəd var?

$$N = b - a + 1 = 64 - 30 + 1 = 35$$

- a və b ədədləri natural m ədədinə bölünərsə, aralıqdakı m -ə bölünən tam ədədlərin sayının tapılması

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} (a;b) \\ a < n < b \end{array} \right\} \Rightarrow N = \frac{b-a}{m} - 1$$

$$\text{b) } \left[\begin{array}{l} a;b \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} a \leq n < b \end{array} \right\} \Rightarrow N = \frac{b-a}{m}$$

$$\text{c) } \left[\begin{array}{l} a;b \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} a \leq n \leq b \end{array} \right\} \Rightarrow N = \frac{b-a}{m} + 1$$

Misal. $[20;60]$ aralığında 5-ə bölünən neçə ədəd var?

$$[20;60] \Rightarrow N = \frac{60-20}{5} + 1 = 9$$

- Əgər a və b –dən biri, yaxud hər ikisi m ədədinə bölünməzsə, m -ə bölünən ədəd alınana qədər aralığı daraldıb, yuxarıdakı düsturlardan birini tətbiq edirik.

Misal. $(23;56)$ arasında neçə 4-ə bölünən ədəd var?

$$(23;56) \Rightarrow [24;56] \Rightarrow N = \frac{56-24}{4} = 8$$

Yaş məsələləri

- İki adam arasındakı yaş fərqi zaman keçdikcə dəyişməz
- Bir adamın yaşı x olarsa, t ildən sonra yaşı $x+t$, t il öncəki yaşı isə $x-t$ olar.

- İki adamın yaşları cəmi t ildən sonra $2t$ qədər artar.
- n sayda adamın yaşlarının cəmi x olarsa, t ildən sonra yaşlarının cəmi $x + nt$, t il öncəki yaşlarının cəmi isə $x - nt$ olar.

Saat məsələləri

- Saat çevrəsi 12 bərabər hissəyə bölünür.
Hər hissə yenidən 5 bərabər hissəyə bölünür.
- Saat çevrəsi $5 \cdot 12 = 60$ bərabər hissəyə ayrılmışdır. Bu bölmələrin hər biri 1 dəqiqəni göstərir
- 1 dəqiqə 6^0 -lik bucaq deməkdir. $360^0 : 60 = 6^0$
- Dəqiqə əqrəbi 60 dəqiqə getdikdə, saat əqrəbi 5 bölmə gedir.
- Saat əqrəbi 1 bölmə getdikdə, dəqiqə əqrəbi $60 : 5 = 12$ dəqiqə gedir.
- Saat və dəqiqə əqrəbləri arasındakı bucaq $x = \frac{|11d - 60S|}{2}$ - dir, burada d - dəqiqə,

S – saatı göstərir.

Misal . Saat 7^{20} - dir. Onda

$$x = \frac{|11 \cdot 20 - 60 \cdot 7|}{2} = \frac{|220 - 420|}{2} = 100^0$$

Sadə və mürəkkəb ədədlər

- Təkcə 1 – ə və özünə bölünən ədədlərə sadə ədədlər deyilir.
 $2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; \dots$
1 – nə sadə, nə də mürəkkəbdir.
Ən kiçik sadə ədəd 2 – dir, həm də yeganə cüt sadə ədəddir, qalan sadə ədədlər tək ədədlərdir.
- İkidən çox ədədə bölünən ədədə mürəkkəb ədədlər deyilir
 $15; 4; 6; 8; 100$ və s.
4 - ən kiçik mürəkkəb ədəddir.
Sadə ədədləri mürəkkəb ədədlərdən ayırmaq üçün Eratosfen üsulundan istifadə olunur.

Sadə ədədlərin cəmi sadə də ola bilər, mürəkkəb də

$$2 + 3 = 5 \rightarrow S + S = S$$

$$3 + 5 = 8 \rightarrow S + S = M$$

Eləcə də, mürəkkəb ədədlərin cəmi sadə də ola bilər, mürəkkəb də.

$$9 + 4 = 13 \rightarrow M + M = S$$

$$8 + 10 = 18 \rightarrow M + M = M$$

Sadə vuruqlara ayırma

Teorem (Hesabın əsas teoremi). Hər bir mürəkkəb ədədi yeganə şəkildə sadə vuruqların hasili kimi göstərmək olar.

Mürəkkəb ədədləri sadə vuruqlara ayırmaq üçün onu 2 –yə, 3 –ə, 5 –ə, 7 –ə və s. (sadə ədədlərə) bölmək lazımdır.

168	2	
84	2	168 – in 5 sadə vuruğu var
42	2	168 – in 3 müxtəlif sadə vuruğu var
21	3	168 – in 3 müxtəlif sadə böləni var
7	7	168 – in 3 sadə böləni var
1		

Ədədin müxtəlif sadə vuruqları və sadə bölənləri eynidir.

Mürəkkəb ədədin bölənləri

- Mürəkkəb ədədin bölənlərinin sayını tapmaq üçün onu əvvəlcə sadə vuruqlara ayırmaq və onu $a^m \cdot b^n \cdot c^k \dots$ kimi göstərmək lazımdır (a, b, c – sadə ədədlər, m, n, k isə natural ədədlərdir)
- Müsbət tam bölənlərin sayı $(m + 1)(n + 1)(k + 1)$
- Tam bölənlərin sayı isə $2(m+1)(n+1)(k+1)$

Misal : 168 – in neçə böləni var?

$$168 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 7^1$$

$$n = (3 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1) = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Bir ədədin müsbət bölənləri qədər mənfi böləni var. Ona görə də bütün tam bölənlərin cəmi 0 – dır.

- Ədədin müsbət tam bölənlərinin cəmini tapmaq üçün onu əvvəlcə sadə vuruqlara ayırmaq və $a^m \cdot b^n \cdot c^k \dots$ kimi göstərmək lazımdır. Onda tam bölənlərin cəmi

$$T = \frac{a^{m+1} - 1}{a - 1} \cdot \frac{b^{n+1} - 1}{b - 1} \cdot \frac{c^{k+1} - 1}{c - 1} \dots \dots \text{olur.}$$

Misal. 98 ədədinin müsbət tam bölənlərinin cəmini tapın.

Həlli:	98	2	$98 = 2^1 \cdot 7^2$
	49	7	
	7	7	
	1		

$$T = \frac{2^{1+1} - 1}{2 - 1} \cdot \frac{7^{2+1} - 1}{7 - 1} = 3 \cdot \frac{342}{6} = 171$$

- Ədədin müsbət tam bölənlərinin hasilini tapmaq üçün onu sadə vuruqlara ayırıb, $P = a^m \cdot b^n \cdot c^k$ kimi yazmaq lazımdır. Bu vaxt onun tam bölənlərinin sayı $n = (m+1)(n+1)(k+1) \dots$ olarsa, müsbət tam bölənlərin hasili isə $P^{\frac{n}{2}}$ olar.

Misal. 60 ədədinin bölənlərinin hasilini tapın

$$\begin{array}{l|l}
 60 & 2 \\
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{aligned}
 60 &= 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \\
 n &= (2+1)(1+1)(1+1) = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12
 \end{aligned}$$

Müsbət tam bölənlərin hasili isə $60^{\frac{12}{2}} = 60^6$ olar.

Qarşılıqlı sadə ədədlər

Ortaq sadə vuruqları olmayan ədədlərə qarşılıqlı sadə ədədlər deyilir.

Məsələn, 3 və 7 ; 8 və 15 qarşılıqlı sadə ədəddir. Belə ədədlərin ƏBOB- u 1-ə bərabərdir.

- ardıcıl gələn iki natural ədəd qarşılıqlı sadədir.
- ardıcıl gələn iki tək ədəd qarşılıqlı sadədir.

1 ədədi istənilən ədədlə qarşılıqlı sadədir. Məsələn. 1 və 8; 1 və 15 və s.

- ***Müsbət bir ədəddən kiçik olmaqla bu ədəd ilə qarşılıqlı sadə olan ədədlərin sayını tapmaq üçün***

$$P = a^m \cdot b^n \cdot c^k \left(1 - \frac{1}{a}\right) \left(1 - \frac{1}{b}\right) \left(1 - \frac{1}{c}\right) \dots \text{düsturundan istifadə olunur.}$$

Misal: 48 – dən kiçik və 48 ilə qarşılıqlı sadə olan neçə ədəd var?

$$\begin{array}{l|l}
 48 & 2 \\
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 48 = 2^4 \cdot 3^1$$

$$P = 2^4 \cdot 3^1 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 16 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = 16$$

Deməli, 48- dən kiçik və bu ədədlə ixtisar getməyən 16 kəsir var.

İxtisar gedən kəsrlərin sayı isə $47 - 16 = 31$ olur.

ƏKOB (ən kiçik ortaq bölünən)

ƏKOB(a;b) –ni tapmaq üçün

- 1) Bu ədədləri sadə vuruqlarına ayırıb, qüvvət kimi yazmalı
- 2) Bütün sadə vuruqlardan qüvvəti böyük olanları seçməli
- 3) Onların hasilini tapmalı.

ƏKOB(100;120) – ni tapın.

100	2	120	2
50	2	60	2
25	5	30	2
5	5	15	3
1		5	5
		1	

1) $100 = 2^2 \cdot 5^2$ və $120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$

2) Bütün vuruqlardan üstü böyük olanı yazaq.

$$2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^2 = 8 \cdot 3 \cdot 25 = 600$$

- Sadə ədədlərin ƏKOB- u onların hasilidir.

$$\text{ƏKOB}(3;5)=3 \cdot 5 = 15$$

- Qonşu ədədlərin ƏKOB-u onların hasilidir.

$$\text{ƏKOB}(9;10)=9 \cdot 10 = 90$$

- İki ədəddən biri o birinə bölünürsə, böyük ədəd ƏKOB olur.

$$\text{ƏKOB}(20;5)=20$$

- Əgər iki ədəd qarşılıqlı sadə ədəddirsə, ƏKOB onların hasilidir.

$$\text{ƏKOB}(8;15)=8 \cdot 15 = 120$$

ƏBOB (ən böyük ortaq bölən)

ƏBOB(a;b)-ni tapmaq üçün

- 1) Bu ədədləri sadə vuruqlarına ayırıb, qüvvət kimi yazmalı
- 2) Ortaq sadə vuruqlardan qüvvəti kiçik olanı seçməli
- 3) Onların hasilini tapmalı.

ƏBOB(100;120) – ni tapın.

100	2	120	2
50	2	60	2
25	5	30	2
5	5	15	3
1		5	5
		1	

$$100 = 2^2 \cdot 5^2$$

$$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

Ortaq vuruqlardan üstü kiçik olanlar 2^2 və 5^1 - dir.

$$\Theta BOB(100;120) = 2^2 \cdot 5^1 = 4 \cdot 5 = 20$$

- Sadə ədədlərin ΘBOB - u 1-dir.

$$\Theta BOB(5;7)=1$$

- Qonşu ədədlərin ΘBOB -u 1- dir.

$$\Theta BOB(12;13)=1$$

- İki ədəddən biri o birinə bölünürsə, kiçik ədəd ΘBOB olur.

$$\Theta BOB(20;4)=4$$

- İki ədəd qarşılıqlı sadə ədədirsə, ΘBOB 1 olur.

$$\Theta BOB(8;15)=1$$

ΘKOB və ΘBOB - la bağlı bəzi düsturlar

- $\Theta KOB(a;b) \cdot \Theta BOB(a;b) = ab$
- a və b ədədlərinin ortaqlı olmayan sadə vuruqlarının hasili c olarsa,

$$\Theta BOB^2(a;b) = \frac{ab}{c}$$

$$\Theta KOB^2(a;b) = abc$$

Misal. İki natural ədədin hasili 4096- dır. Həmin ədədlərin ortaqlı olmayan sadə vuruqlarının hasili 4 olarsa, onların ən böyük ortaqlı bölənini tapın.

$$\Theta BOB^2(a;b) = \frac{4096}{4} = 1024 \text{ buradan isə } \Theta BOB(a;b) = 32$$

- Ardıcıl iki cüt ədədin ΘBOB -u 2-yə bərabərdir.

$$\Theta BOB(36;38)=2$$

- $\Theta BOB(ka;kb) = k \Theta BOB(a;b)$

$$\Theta KOB(ka;kb) = k \Theta KOB(a;b)$$

Kəsrlərin ΘKOB və ΘBOB – u

$$\Theta KOB\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) = \frac{\Theta KOB(a,c)}{\Theta BOB(b,d)}$$

$$\Theta BOB\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) = \frac{\Theta BOB(ad,bc)}{\Theta KOB(b,d)}$$

$$\Theta_{\text{KOB}} \left(\frac{4}{15}, \frac{5}{3} \right) = \frac{\Theta_{\text{KOB}}(4,5)}{\Theta_{\text{BOB}}(15,3)} = \frac{20}{3}$$

$$\Theta_{\text{BOB}} \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{7} \right) = \frac{\Theta_{\text{BOB}}(21;20)}{\Theta_{\text{KOB}}(5,7)} = \frac{1}{35}$$

Kəsir

Vahidin bir və ya bir neçə bərabər hissəsinə kəsir deyilir. Kəsir xətti bölmə işarəsini göstərir.

$$\frac{3}{4} = 3 : 4$$

Məxrəc – vahidin neçə bərabər hissəyə bölündüyünü, surət isə bu hissələrdən neçəsinin götürüldüyünü göstərir.

Surəti məxrəcindən az olan kəsir düzgün kəsir deyilr. $\frac{3}{4} ; \frac{1}{5}$

Surəti məxrəcinə bərabər və ya ondan böyük olan kəsir düzgün olmayan kəsir deyilir. $\frac{4}{4} ; \frac{59}{15}$

Düzgün kəsir 1 – dən kiçikdir. $\frac{3}{4} < 1$

Düzgün olmayan kəsir 1 – dən böyük və ya 1 -ə bərabərdir.

$$\frac{13}{4} > 1 \qquad \frac{4}{4} = 1$$

Düzgün kəsir düzgün olmayan kəsirdən kiçikdir.

$$\frac{3}{4} < \frac{27}{5}$$

Qarışıq ədəd

Tərkibində həm tam, həm də kəsir olan ədədə qarışıq ədəd deyilir. Məs: $2\frac{3}{4}$

qarışıq ədəddir. Burada - 2 – tam; $\frac{3}{4}$ isə kəsir hissədir.

$$2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4}$$

$$2\frac{3}{4} > 2 - \frac{3}{4}$$

Qarışıq ədəd düzgün olmayan kəsirə belə çevrilir.

$$2\frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 2 + 3}{4} = \frac{11}{4}$$

Düzgün olmayan kəsrin tam hissəsini ayırmaq üçün (qarışıq ədədə çevirmək üçün) sürət məxrəcə bölünür: cavab tamda, qalıq surətdə yazılır, məxrəc isə olduğu kimi qalır. $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$

Kəsrin əsas xassəsi

Kəsrin sürət və məxrəcini eyni bir natural ədədə vurmaq və ya bölmək olar. Bu zaman ona bərabər kəsr alınır.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{18}{24}$$

$$\frac{15}{25} = \frac{15 : 5}{25 : 5} = \frac{3}{5}$$

Kəsrin ixtisarı

Kəsrin sürət və məxrəcinin eyni bir natural ədədə bölünməsinə kəsrin ixtisarı deyilir. Kəsri sürət və məxrəcin ƏBOB – na ixtisar etmək olar.

$$\frac{15^3}{25_5} = \frac{3}{5}$$

Kəsrlərin toplanması, çıxılması

$$1. \quad \frac{b}{a} \pm \frac{c}{a} = \frac{b \pm c}{a}$$

Məxrəclər eyni olduqda məxrəc olduğu kimi qalır, sürət isə toplanır və ya çıxılır.

2. Məxrəclər müxtəlif olduqda ortaq məxrəc tapılır. Ortaq məxrəc məxrəclərin ƏKOB – u olur. Bunu hər bir kəsrin məxrəcinə bölüb, sürətinə vurmaq, sonra isə göstərilən əməlləri yerinə yetirmək lazımdır.

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{9 + 8}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$$

$$\frac{b}{a} \pm \frac{d}{c} = \frac{bc \pm ad}{ac}$$

Qarışıq ədədlərin toplanması və çıxılması

Bunun üçün 2 üsuldan istifadə olunur:

1. Onları düzgün olmayan kəsre çevirib, göstərilən əməlləri etmək lazımdır.

$$5\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4} = \frac{11}{2} - \frac{11}{4} = \frac{22 - 11}{4} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$$

2. Tamla tamı, kəsrlə kəsri toplamaq (çıxmaq) lazımdır.

$$a) \quad 2\frac{3}{4} + 3\frac{1}{6} = 5 + \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = 5 + \frac{9 + 2}{12} = 5\frac{11}{12}$$

$$b) 8\frac{3}{4} - 2 = 6\frac{3}{4}$$

$$c) 8 - 3\frac{3}{4} = 7\frac{4}{4} - 3\frac{3}{4} = 4\frac{1}{4}$$

$$ç) 5\frac{1}{2} - 2\frac{4}{5} = 4 + 1\frac{1}{2} - 2\frac{4}{5} = 4\frac{3}{2} - 2\frac{4}{5} = 2\frac{15-8}{10} = 2\frac{7}{10}$$

$$d) 6 + 4\frac{2}{3} = 10\frac{2}{3}$$

$$e) 6 - 4\frac{2}{3} = 5\frac{3}{3} - 4\frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$$

Kəsrlərin müqayisəsi

1. Məxrəcləri eyni olan iki kəsrdən hansının sürəti çoxdursa, o böyükdür

$$\frac{3}{4} < \frac{5}{4}$$

2. Sürətləri eyni olan iki kəsrdən hansının məxrəci azdırsa, o, böyükdür.

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{50}$$

3. Sürət və məxrəci müxtəlif olan kəsrləri müqayisə etmək üçün, onları ortaq məxrəcə gətirmək lazımdır.

$$\frac{3}{4} \text{ və } \frac{5}{6}$$

$$\frac{9}{12} < \frac{10}{12} \text{ olduğu üçün } \frac{3}{4} < \frac{5}{6} \text{ olur.}$$

Kəsrlərin vurulması

Kəsri – kəsre vurmaq üçün surəti surətə, məxrəci isə məxrəcə vurmaq lazımdır.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$4 \cdot 5\frac{3}{8} = \frac{4}{1} \cdot \frac{43}{8} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 43}{1 \cdot 8_2} = \frac{43}{2} = 21\frac{1}{2}$$

Qarşılıqlı tərs ədədlər

Hasili 1 - ə bərabər olan ədədlərə qarşılıqlı tərs ədədlər deyilir

$$\frac{3}{4} \text{ - ün tərsi } \frac{4}{3}$$

$$1\frac{2}{5} \text{ - nin tərsi } (1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}) \frac{5}{7} \text{ - dir.}$$

$$\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b} = 1$$

Ədəd və onun tərsinin cəmi haqqında aşağıdakı şərtlər həmişə doğrudur.

$$a > 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2$$

$$a < 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} \leq -2$$

Kəsrlərin bölünməsi

Kəsri - kəsre bölmək üçün 1 – ci kəsri 2 – cinin tərsinə vurmaq lazımdır.

$$\frac{2}{5} : \frac{4}{7} = \frac{1/2}{5} \cdot \frac{7}{4_{/2}} = \frac{7}{10}$$

$$1\frac{3}{4} : \frac{7}{2} = \frac{7}{4_{/2}} \cdot \frac{2^{/1}}{7} = \frac{1}{2}$$

Ədədin hissəsini tapmaq

Ədədin hissəsini tapmaq üçün ədədi hissəyə vurmaq lazımdır.

12 – nin $\frac{3}{4}$ hissəsini tapmaq

$$\frac{3/12}{1} \cdot \frac{3}{4_{/1}} = \frac{9}{1} = 9$$

Məsələn. Sınıfdə 24 nəfər şagird var. Onların $\frac{2}{3}$ hissəsi qızıdır. Sınıfdə neçə oğlan

var?

$$\frac{24}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{48}{3} = 16 \text{ qız}$$

$$24 - 16 = 8 \text{ oğlan. Cavab: 8 oğlan}$$

Hissəyə görə ədədi tapmaq

Hissəyə görə ədədi tapmaq üçün ədədi hissəyə bölmək lazımdır.

a) $\frac{3}{4}$ hissəsi 9 olan ədədi tapmaq

$$9 : \frac{3}{4} = \frac{3/9}{1} \cdot \frac{4}{3_{/1}} = \frac{12}{1} = 12$$

b) $\frac{2}{5}$ hissəsi $\frac{4}{3}$ olan ədədi tapın

$$\frac{4}{3} : \frac{2}{5} = \frac{2/4}{3} \cdot \frac{5}{2_{/1}} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

İşçi - hovuz məsələləri

- Bir iş a saata görülərsə, 1 saatda işin $\frac{1}{a}$ hissəsi görülür.
- Bir işçi hər hansı işi a saatda, 2 – ci işçi b saatda görərsə, ikisi birlikdə işləsələr

$$\frac{a \cdot b}{a + b} \text{ saatda görər}$$

- Boş bir hovuzu 1 – ci boru a saatda, 2 – ci boru b saatda doldurur. İkisi eyni vaxtda işləsə, hovuz

$$\frac{ab}{a + b} \text{ saatda dolar}$$

- Boş bir hovuzu 1 – ci boru a saatda doldurur. 2 – ci boru isə b saatda boşaldır. Hər iki boru eyni vaxtda açılrsa, hovuz

$$\frac{ab}{b - a} \text{ saata dolar.}$$

- Boş bir hovuzu 1 – ci boru a saata, 2 – ci boru b saata doldurur. Üçüncü boru isə dolu hovuzu C saatda boşaldır. Üç boru eyni zamanda açılrsa, hovuz neçə saata dolar?

$$\frac{abc}{(a + b)c - ab} \text{ saata}$$

Onluq kəsrlər

Məxrəci 10, 100, 1000, və s. ədədlərindən biri olan adi kəsr onluq kəsr adlanır.

Məsələn

$$\frac{4}{10}, \frac{27}{100}, \frac{431}{1000}, 5\frac{49}{10000}$$

Onluq kəsr məxrəcsiz yazılır, belə ki,

$$\frac{4}{10} = 0,4 \quad \frac{27}{100} = 0,27, \quad \frac{431}{1000} = 0,431, \quad 5\frac{49}{10000} = 5,0049$$

Onluq kəsri məxrəcsiz yazmaq üçün surətdə sağ tərəfdən başlayaraq məxrəcdəki sıfırların sayı qədər rəqəmi vergüllə ayırmaq lazımdır. Bu halda vergüldən sağdakı ədədə kəsr hissə, soldakı ədədə isə tam hissə deyilir.

$$57\frac{32}{100000} = 57,00032$$

Onluq kəsrdə vergüldən sonra gələn ədədlərə onluq işarələr deyilir. $2,5043$ onluq kəsində 4 onluq işarə var: 5,0,4,3. Onluq kəsrin sonuna sıfırlar yazdıqda və ya sonundan sıfırları atdıqda həmin kəsre bərabər kəsr alınır.

$$2,53 = 2,5300 \quad 4,4700 = 4,47$$

Onluq kəsir tam hissəsi natural ədədlər kimi oxunur. Kəsir hissəsi isə soldan sağa aşağıdakı kimi oxunur: Onda birlər, yüzdə birlər, mində birlər, on mində birlər, yüz mində birlər, milyonda birlər və s.

Onluq kəsrlərin yuvarlaqlaşdırılması

Onluq kəsrləri müəyyən mərtəbəyə qədər yuvarlaqlaşdırmaq üçün bu mərtəbədən sonrakı rəqəmləri sıfırla əvəz edir və ya vergüldən sonra gələrsə, onları atırlar. Əgər atılmış rəqəm 0; 1; 2; 3; 4 olarsa, axırıncı rəqəmi dəyişmirlər. 5; 6; 7; 8; 9 olarsa, axırıncı rəqəmi bir vahid artırırırlar.

a) Onda birə qədər

$$308,158 \approx 308,2$$

$$30,22 \approx 30,2$$

b) mində birə qədər

$$8,03593 \approx 8,036$$

$$2,00957 \approx 2,010$$

v) təklidlərə (vahidlərə) qədər

$$232,97 \approx 233$$

$$0,89 \approx 1$$

c) minliklərə qədər

$$358764,8732 \approx 359000$$

$$7243216,987 \approx 7243000$$

Onluq kəsrlərin toplanması, çıxılması

Onluq kəsrləri toplamaq (çıxmaq) üçün tamı tamın altından, onda biri onda birin altından, yüzdə biri yüzdə birin altından və s. kimi yazıb toplamaq (çıxmaq) lazımdır.

$$3,5 + 157,428 = 160,928$$

$$\begin{array}{r} 157,428 \\ + 3,5 \\ \hline 160,928 \end{array}$$

$$152,4 - 89,789 = 62,611$$

$$\begin{array}{r} 152,4 \\ - 89,789 \\ \hline 62,611 \end{array}$$

Onluq kəsrlərin vurulması

Onluq kəsrləri vurmaq üçün onları adi ədədlər kimi vurmaq, vuruqlarda neçə onluq işarə varsa, hasildə də o qədər onluq işarə saxlamaq lazımdır.

$$2,5 \cdot 4,032 = 10,0800 = 10,08$$

$$\begin{array}{r} 4,032 \\ \times 2,5 \\ \hline 20160 \\ +8064 \\ \hline 10,0800 \end{array}$$

Onluq kəsrin natural ədədə bölünməsi

Onluq kəsri natural ədədə bölmək üçün əvvəlcə tamı bölmək lazımdır. Tam bölünmürsə, cavabda sıfır tam yazılır. Tamı bölüb qurtardıqdan sonra qismətdə vergül atılır.

$$6,25 : 5 = 1,25$$

$$\begin{array}{r} \underline{6,25} \quad 5 \\ 5 \quad | \quad 1,25 \\ \hline \underline{12} \\ 10 \\ \hline \underline{25} \\ 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

Onluq kəsrlərin bölünməsi

Onluq kəsrləri bölmək üçün böləndə neçə onluq işarə varsa, hər iki vergülü o qədər sağa çəkib, sonra bölmək lazımdır.

$$6,25 : 0,5 = 12,5$$

$$\begin{array}{r} \underline{62,5} \quad 5 \\ 5 \quad | \quad 12,5 \\ \hline \underline{12} \\ 10 \\ \hline \underline{25} \\ 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

Onluq kəsrin 10 -a, 100 -ə, 1000 -ə vurulması və bölünməsi

Onluq kəsrləri 10- a, 100 - ə, 1000 -ə və s. vurmaq (bölmək) üçün vergülü sıfırların sayı qədər vuranda sağa, böləndə sola çəkmək lazımdır.

$$4,356 \cdot 10 = 43,56$$

$$534,72 : 100 = 5,3472$$

$$0,0045 \cdot 100 = 0,45$$

$$2 : 100 = 0,02$$

$$3,45 \cdot 10000 = 34500$$

$$435 : 100 = 4,35$$

Onluq kəsrlərin müqayisəsi

İki onluq kəsrlərdən hansının tamı kiçikdirsə, o, kiçikdir. Tamları bərabərdirsə, kəsrlərin hissəni müqayisə etmək lazımdır.

$$3,48 < 5,34$$

$$2,5 = 2 \frac{5}{10} = 2 \frac{1}{2}$$

$$2,5 < 7 \frac{32}{100}$$

$$3,45 = 3,45000000$$

$$3,4987 < 3,4989$$

Ədədi orta

Bir neçə ədədin ədədi ortasını tapmaq üçün həmin ədədləri toplayıb, nəticəni toplananların sayına bölmək lazımdır.

2;3;5;1;4 – *ün* ədədi ortasını tapmaq.

$$\frac{2 + 3 + 5 + 1 + 4}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

Adi kəsrin onluq kəsrlə çevrilməsi

Adi kəsri onluq kəsrlə çevirmək üçün surəti məxrəcə bölmək lazımdır.

$$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$$

$$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,3333.... = 0, (3)$$

Təkrar olunan rəqəmlərə dövr deyilir və mötərizədə yazılır. Belə kəsrlərə isə sonsuz onluq kəsrlər deyilir. Dövri kəsrlər 2 cür olur.

1) Saf kəsrlər 2,(4); 0,(53)

2) Qarışıq kəsrlər 2,1 (14)

Bunlar adi kəsrlə aşağıdakı kimi çevrilir.

$$a, (bc) = a \frac{bc}{99}$$

mötərizədəki qədər 9, mötərizədən qabaqkı qədər sıfır yazılır.

$$a, b(cd) = a \frac{bcd - b}{990}$$

$$2,1(12) = 2 \frac{112 - 1}{990} = 2 \frac{111}{990} = 2 \frac{111^{/37}}{990_{/330}} = 2 \frac{37}{330}$$

$$1, (37) = 1 \frac{37}{99}$$

Adi kəsrin məxrəci yalnız 2 və 5 vuruqlarından ibarət olduqda onu sonlu onluq kəsre çevirirlər, qalan hallarda dövrü onluq kəsrlə alınır.

- Natural ədədləri dövrü onluq kəsrlə şəkildə aşağıdakı kimi göstərmək olar.

$$5 = 5, (0) = 4, (9)$$

- $0, (a) = 0, (aa) = 0, (aaa) = 0, (aaaa) \dots$

$$0, (a) = 0, a(a) = 0, aa(a) = \dots$$

Faiz

- Ədədin yüzdə bir hissəsinə faiz deyilir və belə işarə olunur. %

$$1\% = \frac{1}{100} \qquad 70\% = \frac{70}{100}$$

- Ədədi faizlə ifadə etmək üçün onu 100-ə vurmaq lazımdır. $P = p \cdot 100\%$

$$\begin{array}{ll} 1 = 100\% & 2,493 = 249,3\% \\ 5 = 500\% & 35,4 = 3540\% \end{array}$$

- Faizlə ifadəni ədədə çevirmək üçün onu 100-ə bölmək lazımdır. $P\% = \frac{P}{100}$

$$\begin{array}{ll} 100\% = 1 & 1\% = 0,01 \\ 50\% = 0,5 & 20\% = 0,2 \end{array}$$

- Ədədin faizini tapmaq üçün ədədi faizə vurub, 100-ə bölmək lazımdır.

30-un 5%-ni tapmaq.

$$\frac{30 \cdot 5}{100} = \frac{150}{100} = \frac{15}{10} = 1,5$$

- Faizə görə ədədi tapmaq üçün ədədi faizə bölüb, 100-ə vurmaq lazımdır.

Məsələn, 30% -i 45 olan ədədi tapmaq.

$$\frac{45}{30} \cdot 100 = \frac{45}{3} \cdot 10 = 15 \cdot 10 = 150$$

və yaxud başqa üsulla da tapmaq olar.

$$\begin{array}{l} 30\% \rightarrow 45 \\ 100\% \rightarrow x \end{array} \Rightarrow 30x = 4500$$

$$x = \frac{4500}{30} = 150$$

- Bir ədədin o birisinin neçə faizi olduğunu tapmaq üçün, 1-ci ədədi 2-ciyə bölüb, nəticəni 100-ə vurmaq lazımdır. Məsələn,

a) 2 ədədi 8-in neçə faizidir?

$$\frac{2}{8} \cdot 100 = \frac{1}{4} \cdot 100 = \frac{100}{4} = 25$$

b) 2 ilə 8- in faiz nisbətini tapın.

$$\frac{2}{8} \cdot 100 = \frac{1}{4} \cdot 100 = \frac{100}{4} = 25$$

c) a ədədi b - nin neçə faizidir?

$$\frac{a}{b} \cdot 100\%$$

- a - dan b -yə qədər artmanı (azalmanı) faizlə göstərmək üçün aşağıdakı düsturdan istifadə edirlər.

$$\frac{b-a}{a} \cdot 100\%, \text{ yəni}$$

$$\frac{\text{sonrakı qiymət} - \text{qabaqkı qiymət}}{\text{qabaqkı qiymət}} \cdot 100\%$$

Misal. Paltonun qiyməti 800 manatdan 600 manata düşdü. Qiymət neçə faiz dəyişdi?

$$\frac{600-800}{800} \cdot 100\% = \frac{-200}{800} \cdot 100\% = -25\%$$

deməli 25% azalıb.

Suallar:

- paltonun qiyməti neçə manat azaldı? $800-600=200$ manat
- paltonun qiyməti neçə dəfə azaldı? $\frac{800}{600} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}$ dəfə
- paltonun qiyməti neçə faiz azaldı? $\frac{600-800}{800} \cdot 100\% = 25\%$

- a ədədini $P\%$ artırır, dedikdə

$$a + \frac{a \cdot P}{100}$$

- a ədədini $P\%$ azalt, dedikdə

$$a - \frac{a \cdot P}{100}$$

Məsələn, a) 50- ni 20 % artırısaq, neçə alınar?

$$50 + \frac{50 \cdot 20}{100} = 50 + \frac{10}{1} = 60 \text{ olar.}$$

b) 20- ni 30% azaltsaq, neçə alınar?

$$20 - \frac{20 \cdot 30}{100} = 20 - \frac{600}{100} = 20 - 6 = 14$$

- n dəfə artma = $(n-1) \cdot 100\%$ artma

- n dəfə azalma = $\frac{n-1}{n} \cdot 100\%$ azalma

Məsələn, 10 dəfə azalma $\frac{10-1}{10} \cdot 100\% = \frac{9}{10} \cdot 100\% = 90\%$ azalma deməkdir.

- $k\%$ artma = $1 + \frac{k}{100}$ dəfə artma
- $k\%$ azalma = $\frac{100}{100-k}$ dəfə azalma
- a ədədi b -nin $k\%$ -dir. Onda b ədədi a -nın neçə faizidir?

$$\text{Düstur: } \frac{10000}{k}$$

Misal. a ədədi b -nin 20% - dir. Bəs, b ədədi onda a -nın neçə faizi olur?

$$\text{Cavab: } \frac{10000}{k} = \frac{10000}{20} = 500\%$$

- a ədədi b -nin $P_1\%$ - dir, b ədədi isə c -nin $P_2\%$ -dir. Onda a ədədi c -nin neçə faizidir?

$$\text{Cavab: } \frac{P_1 \cdot P_2}{100} \%$$

Misal. a ədədi b -nin 20%- i, b ədədi isə c -nin 60% olarsa, a ədədi c -nin neçə %- dir?

$$\frac{20 \cdot 60}{100} \% = 12\%$$

- a ədədi b -nin $P_1\%$ - dir, c ədədi isə d -nin $P_2\%$ -dir. Onda ac ədədi bd -nin neçə %- dir?

$$\frac{P_1 \cdot P_2}{100} \%$$

Misal. a ədədi b -nin 30%- dir. c ədədi isə d -nin 50%- dir. Onda ac ədədi bd -nin neçə faizidir?

$$\frac{30 \cdot 50}{100} \% = \frac{1500}{100} \% = 15\%$$

- Ədədi $P\%$ artırıb (azaldıb), sonra $P\%$ azaltsaq (artırısaq), nəticə $\frac{P^2}{100} \%$ azalar.

Məsələn, ədədi 30% artırıb, sonra isə 30% azaltsaq, nəticə neçə % dəyişər?

$$\frac{30^2}{100} \% = \frac{900}{100} \% = 9\% \text{ azalar.}$$

- a ədədi b ədədindən $P\%$ çoxdur (azdır). Onda b ədədi a ədədindən neçə % azdır (çoxdur)?

$$\frac{100 \cdot P}{100 \pm P} \%$$

Misal. a ədədi b -dən 20% çoxdur. b ədədi a -dan neçə % azdır?

$$\frac{100 \cdot 20}{100 + 20} \% = \frac{100 \cdot 20}{120} = \frac{100}{6} = 16\frac{2}{3} \%$$

- $(a - \text{nin } P_1 \% - i) \pm (a - \text{nin } P_2 \% - i) = a - \text{nin } (P_1 \pm P_2) \% - i$

Misal. 120-nin 70%-i ilə 30% - nin fərqini tap.

$$120 \cdot (70\% - 30\%) = 120 \cdot 40\% = 120 \cdot \frac{40}{100} = 48$$

- $(a - \text{nin } P \% - i) \pm (b - \text{nin } P \% - i) = (a \pm b) - \text{nin } P \% - i$

Misal. 70-in 40%-i ilə, 20- nin 40% - nin cəmini tapın.

$$(70 + 20) \cdot 40\% = 90 \cdot 40\% = 90 \cdot \frac{40}{100} = 36$$

- **Məsələ.** 10% gəlirlə 220 manata satılan paltonun əvvəlki qiymətini tapın.

$$100 + 10 = 110\%$$

$$\begin{array}{l} 110\% \rightarrow 220 \\ 100\% \rightarrow x \end{array} \Rightarrow 110x = 22000$$

$$x = \frac{22000}{110} = 200 \text{ man}$$

- **Məsələ.** 10% ziyanla 220 manata satılan paltonun əvvəlki qiymətini tapın.

$$100\% - 10\% = 90\%$$

$$\begin{array}{l} 90\% \rightarrow 220 \\ 100\% \rightarrow x \end{array} \Rightarrow 90x = 22000$$

$$x = \frac{22000}{90} = 244\frac{4}{9} \text{ man}$$

- Düzbucaqlının uzunluğunu $P_1\%$ artırıb (azaldıb), enini $P_2\%$ artırısaq (azaltsaq), onda düzbucaqlının sahəsi aşağıdakı kimi dəyişər.

$$P = \left(P_1 + P_2 + \frac{P_1 \cdot P_2}{100} \right) \%$$

P% artma = +P

P% azalma = -P

Misal. Düzbucaqlının enini 20% artırıb, uzunluğunu 30% azaltsaq, sahəsi necə dəyişər?

$$20\% \text{ artma} = +20 = P_1$$

$$30\% \text{ azalma} = -30 = P_2$$

Onda

$$P = \left(20 - 30 + \frac{20 \cdot (-30)}{100} \right) \% = \left(-10 - \frac{600}{100} \right) \% = (-10 - 6) \% = -16\%$$

Deməli, 16% azalar.

- m_1 kütləli $P_1\%$ -li məhlulla, m_2 kütləli $P_2\%$ -li məhlulu qarışdırsa, alınan məhlulun%-i P olarsa, aşağıdakı düstur doğrudur.

$$\left. \begin{array}{l} m_1 \rightarrow P_1\% \\ + \quad m_2 \rightarrow P_2\% \\ \hline (m_1 + m_2) \rightarrow P\% \end{array} \right\} m_1 P_1 + m_2 P_2 = (m_1 + m_2) P$$

Misal. 20 litr 10%-li duz məhluluna 10 litr 40%- li məhlul qarışdırsa, alınan məhlulun duzluluq faizi nə qədər olar?

$$\left. \begin{array}{l} 20 \rightarrow 10\% \\ + \quad 10 \rightarrow 40\% \\ \hline 30 \rightarrow x\% \end{array} \right\} \Rightarrow 20 \cdot 10 + 10 \cdot 40 = 30 \cdot x$$

$$30x = 200 + 400$$

$$30x = 600$$

$$x = 20\%$$

Qeyd. $\left\{ \begin{array}{l} \text{suyun tərkibindəki duzluluq} = 0\% \\ \text{duzun tərkibindəki duzluluq} = 100\% \end{array} \right.$

- m_1 litr $P_1\%$ -li məhluldan nə qədər su buxarlandırırsa, $P\%$ - li məhlul alınar?

$$\left. \begin{array}{l} m_1 \rightarrow P_1\% \\ (m_1 - x) \rightarrow P\% \end{array} \right\} \Rightarrow m_1 P_1 = (m_1 - x) \cdot P$$

Misal. 20 litr 50% -li duz məhlulundan nə qədər su buxarlandırırsa, 80%- li məhlul alınar?

$$\left. \begin{array}{l} 20 \rightarrow 50\% \\ (20 - x) \rightarrow 80\% \end{array} \right\} \Rightarrow (20 - x) \cdot 80 = 20 \cdot 50$$

$$(20 - x) \cdot 80 = 1000$$

$$x = 7,5$$

- Məsələ. 19 litr suya 1 kq duz töküldü. Alınan məhlulun duzluluq faizi nə qədərdir?

Həlli

$$19kq + 1kq = 20kq \text{ - bu məhlulun kütləsidir.}$$

Məhlulun duzluluq faizini tapmaq üçün duzun kütləsini məhlulun kütləsinə bölüb, 100-ə vurmaq lazımdır.

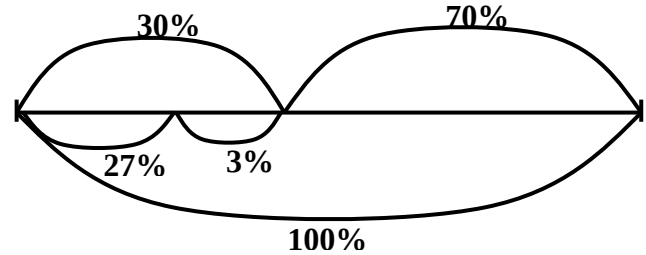
$$\frac{1}{20} \cdot 100 = 5\%$$

- Qeyd. Məhlulun 12%-i duzdur. Bu o deməkdir ki, məhlulun 100 qramında 12 q duz var.

Məsələ. Məhsulun əvvəlcə 70% - ni, sonra isə qalan məhsulun 10% -ni satdılar. Məhsulun neçə faizi satıldı?

Həlli:

Məhsulun 70% - i satıldıqdan sonra 30% - i qaldı. Qalan məhsulun 10% -i satılsa, Cəmi məhsulun 73% -i satılmış olur.



Cavab: 73%.

Sadə faiz artımının düsturu

Əgər S kəmiyyəti bərabər zaman müddətinin hər birində p % artarsa (azalarsa), bu kəmiyyətin n belə zaman müddətindən sonra aldığı qiyməti aşağıdakı sadə faiz düsturu ilə hesablanır.

$$S_n = S \left(1 \pm \frac{pn}{100} \right)$$

S_n – son miqdar, S – ilk miqdar, p – faizlə artım (azalma), n – say.

Müsbət işarəsi artıma, mənfi işarəsi azalmaya uyğundur.

Məsələ. 200 manata olan kostyum satılmadıqda hər ay bu qiymətin 10%-i qədər ucuzlaşdırılır. İki aydan sonra kostyumun qiyməti neçə manat olacaq?

Həlli:

$$S=200, p=10, n=2, \quad S_2 = \left(1 - \frac{2 \cdot 10}{100} \right) \cdot 200 = 160 \text{ manat}$$

Mürəkkəb faiz düsturu

Əgər S kəmiyyəti müəyyən zaman müddətinə p % artır (azalır) və alınan ümumi miqdar həmin zaman müddətinə yenə də p % artır (azalır) və s. n belə müddətdən sonra alınan ümumi miqdar

$$S_n = S \left(1 \pm \frac{p}{100} \right)^n \text{ düsturu ilə hesablanır.}$$

S_n - son məbləğ, S – ilk məbləğ, p % - artım, n - say. Müsbət işarəsi artıma, mənfi işarəsi azalmaya uyğundur.

Məsələ. Əmanət bankına qoyulmuş 1000 manat pul ildə 10% gəlirlə 2 ildən sonra hansı məbləğə çevrilər?

$$S=1000, p=10\%, n=2, \quad S_2 = 1000 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^2 = 1000 \cdot 1,21 = 1210 \text{ manat}$$

Nisbət

Bir kəmiyyətin qiymətinin, o biri kəmiyyətin qiymətinə bölünməsindən alınan qismətə nisbət deyilir. $a:b$ və yaxud $\frac{a}{b}$ kimi işarə olunur.

Nisbətdəki kəmiyyətlər həmişə eyni ölçü vahidində olmalıdır.

$$3km:1500m = 3:1500 = 1:500 \rightarrow \text{səhvdir}$$

$$3km:1500m = 3000m:1500m = 2:1 \rightarrow \text{düzdür.}$$

Tənasüb

İki nisbətin bərabərliyinə tənasüb deyilir.

$$a:b=c:d \quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

a, d – kənar hədlər

b, c – orta hədlər.

- Tənasübün kənar hədlərinin hasilini orta hədlərin hasilinə bərabərdir.

$$ad = bc$$

- Tənasübün kənar hədlərinin yerini dəyişmək olar.

$$a:b=c:d \Rightarrow d:b=c:a$$

- Tənasübün orta hədlərinin yerini dəyişmək olar.

$$a:b=c:d \Rightarrow a:c=b:d$$

- Tənasübün eyni zamanda kənar və orta hədlərinin uyğun olaraq yerini dəyişmək olar.

$$a:b=c:d \Rightarrow d:c=b:a$$

- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ tənasübündə $\frac{a \pm b}{b}=\frac{c \pm d}{d}$ doğrudur.

- $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\dots=\frac{a_n}{b_n}=\frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{b_1+b_2+\dots+b_n}$

- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{am+cn}{bm+dn}$

Düz mütənasib kəmiyyətlər

İki asılı kəmiyyətdən biri bir neçə dəfə artdıqda (azaldıqda) digəri də həmin dəfə artarsa (azalarsa), belə kəmiyyətlərə düz mütənasib kəmiyyətlər deyilir.

Karandaşın sayı və qiyməti

I sayı	1	2	3	4		x
II Qiyməti	10 qəp	20qəp	30qəp	40qəp		y

Düz mütənasib kəmiyyətlərdə uyğun qiymətlərin nisbəti sabitdir.

$$\frac{y}{x} = \frac{10}{1} = \frac{20}{2} = \frac{30}{3} = \frac{40}{4} = \dots = 10 = K \text{ sabit}$$

k ədədinə mütənasiblik əmsalı deyilir. Bu misalda $k=10$.

Deməli, $\frac{y}{x} = k \Rightarrow y = kx$. Buna düz mütənasibliyin düsturu deyilir.

Tərs mütənasib kəmiyyətlər

İki asılı kəmiyyətdən biri bir neçə dəfə artdıqda (azaldıqda), digəri də həmin dəfə azalarsa (artarsa), belə kəmiyyətlərə tərs mütənasib kəmiyyətlər deyilir.

Sabit məsafədə sürəti bir neçə dəfə artırısaq, sərf olunan zaman həmin dəfə azalar.

I sürət	20	30	40		x
II zaman	6	4	3		y

Qeyd. Tərs mütənasib kəmiyyətlərin uyğun qiymətlərinin hasili sabitdir.

$$x \cdot y = 20 \cdot 6 = 30 \cdot 4 = 40 \cdot 3 = \dots = 120 = k \text{ sabit}$$

k ədədinə mütənasiblik əmsalı deyilir. Bu misalda $k = 120$.

$$x \cdot y = k \Rightarrow y = \frac{k}{x}$$

buna tərs mütənasibliyin düsturu deyilir.

Tənasüb qurmaqla məsələ həlli

Tənasüb qurmaqla məsələ həllində asılılığın düz və ya tərs olmasına fikir verilməlidir.

Əgər məsələdə verilən kəmiyyətlər düz mütənasib asılıdırsa

$$\begin{matrix} a \rightarrow b \\ c \rightarrow d \end{matrix} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

tərs mütənasib asılıdırsa,

$$\begin{matrix} a \rightarrow b \\ c \rightarrow d \end{matrix} \Rightarrow ab = cd$$

şəklində tənasüb qurulur və həll edilir.

Düz mütənasib hissələrə bölmə

Misal. 100 ədədini 2:3:5 nisbətində bölün (yaxud 100 ədədini 2;3 və 5 ilə düz mütənasib hissələrə bölün)

Həlli:

$$2x + 3x + 5x = 100$$

$$10x = 100$$

$$x = 10$$

$$\text{I ədəd} = 2x = 2 \cdot 10 = 20$$

$$\text{II ədəd} = 3x = 3 \cdot 10 = 30$$

$$\text{III ədəd} = 5x = 5 \cdot 10 = 50$$

Misal. 38 ədədini $\frac{3}{4} : \frac{1}{5}$ nisbətində iki hissəyə bölün.

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{15}{4} = 15 : 4$$

Onda

$$15x + 4x = 38$$

$$19x = 38$$

$$x = 2$$

$$\text{I ədəd} \quad 15x = 15 \cdot 2 = 30$$

$$\text{II ədəd} \quad 4x = 4 \cdot 2 = 8$$

Cavab: 30 və 8

Tərs mütənasib hissələrə bölmə

Ədədi verilmiş ədədlərlə tərs mütənasib hissələrə bölmək üçün, həmin ədədlərin tərsi ilə düz mütənasib hissələrə bölmək lazımdır.

Misal. 200 ədədini $\frac{1}{16}, \frac{1}{20}, \frac{1}{14}$ nisbətində tərs mütənasib hissələrə bölün.

Həlli.

200 ədədini 16;20;14 ilə düz mütənasib hissələrə bölək.

$$16x + 20x + 14x = 200$$

$$50x = 200$$

$$x = 4$$

$$\text{I ədəd} \quad 16x = 16 \cdot 4 = 64$$

$$\text{II ədəd} \quad 20x = 20 \cdot 4 = 80$$

$$\text{III ədəd} \quad 14x = 14 \cdot 4 = 56$$

Cavab: 64; 80 və 56

Misal. 14 ədədini 6 və 8 ilə tərs mütənasib hissələrə bölün.

Həlli.

14- ədədini $\frac{1}{6}$ və $\frac{1}{8}$ ilə düz mütənasib hissələrə bölək.

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{8}x = 14$$

$$\frac{4x + 3x}{24} = 14$$

$$\frac{7x}{24} = \frac{14}{1} \Rightarrow 7x = 24 \cdot 14$$

$$x = 48$$

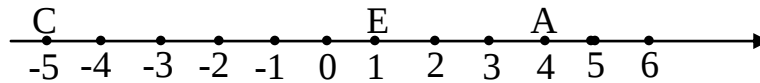
$$\text{I ədəd} \rightarrow \frac{1}{6}x = \frac{1}{6} \cdot 48 = 8$$

$$\text{II ədəd} \rightarrow \frac{1}{8}x = \frac{1}{8} \cdot 48 = 6$$

Cavab: 8 və 6

Ədəd oxu

Üzərində hər bir ədədin uyğun nöqtə ilə göstərildiyi düz xəttə ədəd düz xətti deyilir.



O nöqtəsinə koordinat başlanğıcı deyilir.

O nöqtəsindən sağda + ədədlər, solda isə - ədədlər yazılır. Sıfır nə müsbət, nə də mənfi ədəddir.

Nöqtənin düz xətt üzərində bir koordinatı olur. O, nöqtənin sağ tərəfində mötərizə içində yazılır. A(4), E(1), C(-5)

Ədəd oxu üzərində iki nöqtə arasındakı məsafəni tapmaq üçün sağ ucunun koordinatından sol ucunun koordinatını çıxmaq lazımdır.

$$|AE| = 4 - 1 = 3$$

Əks ədədlər

Cəmi sıfır olan ədədlərə əks ədədlər deyilir. 5 – in əksi -5 – dir.

$$-1\frac{2}{3} \text{ - nin əksi } 1\frac{2}{3} \text{ - dir.}$$

$$-\frac{7}{4} \text{ - nin tərsi } -\frac{4}{7} \text{ - dir.}$$

$$-1\frac{2}{3} + 1\frac{2}{3} = 0$$

Tam ədədlər

Natural ədədlər, onların əksi olan ədədlər və sıfır birlikdə tam ədəd adlanır və Z hərfi ilə işarə olunur.

$$Z = \{\dots -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$$

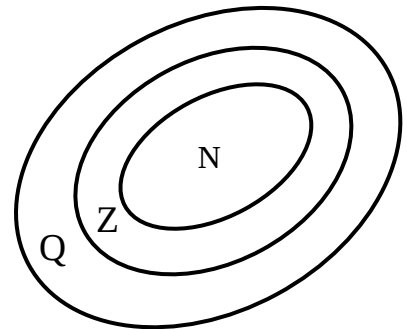
- Tam ədədlərin cəmi, fərqi, hasili həmişə tam ədəddir.
- Ən kiçik tam ədəd yoxdur.
- Ən böyük tam ədəd yoxdur.

Rasional ədədlər

Tam ədədlər və kəsr ədədlər birlikdə rasiional ədədlər adlanır və Q hərfi ilə işarə olunur.

$$Q = \begin{cases} 1, 2, 3, 4, 5, \dots \\ -1, -2, -3, -4, -5, \dots \\ 0 \\ \frac{1}{2}; -3\frac{1}{2}; 0, 5; 2, (3); 6, 15(3), \dots \end{cases}$$

$$N \subset Z \subset Q$$



Bu dairələrə Eyler dairələri deyilir.

İstənilən rasiional ədədlərin cəmi, fərqi, hasilı və sıfırdan fərqli rasiional ədədə nisbəti rasiional ədəddir.

Ədədin modulu (mütləq qiymət).

Müsbət ədədin modulu onun özüdür

Sıfırın modulu sıfırdır

Mənfi ədədin modulu onun əksidir

Modul belə işarə olunur $|3|$

$$\begin{array}{ll} |3| = 3 & |-3| = 3 \\ \left| -5\frac{1}{2} \right| = 5\frac{1}{2} & |0| = 0 \end{array}$$

Modulun həndəsi mənası məsafə deməkdir.

Modul heç vaxt mənfi ola bilməz, istənilən ədədin modulu mənfi olmayan ədəddir.

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \text{ olduqda} \\ -a, & a < 0 \text{ olduqda} \end{cases}$$

Ədədlərin müqayisəsi

Ədəd ozu üzərində sağda yerləşən ədəd soldakından böyükdür. Buradan alınır:

1. Müsbət ədəd sıfırdan böyükdür

$$0,009 > 0 \qquad 2 > 0$$

2. Mənfi ədəd sıfırdan kiçikdir

$$-738 < 0$$

3. Müsbət ədəd mənfi ədəddən böyükdür.

$$0,007 > -287$$

4. İki mənfi ədəddən qiymətə az olanı böyükdür.

$$-4 > -8$$

Mötərizələrin açılması

Qarşısında + işarəsi olan mötərizəni açmaq üçün mötərizənin içindəki ədədlərin işarəsi olduğu kimi qalır, - olduqda isə əksinə dəyişir.

$$a + (b - c + d) - k = a + b - c + d - k$$

$$a - (b - c + d) - k = a - b + c - d - k$$

Rasional ədədlərin toplanması

a) Əgər işarələr eynidirsə, toplayıb qarşısına ortaq işarəni yazmaq lazımdır.

$$5 + 3 = 8$$

$$-5 - 3 = -8$$

$$-5 + (-3) = -5 - 3 = -8$$

b) Müxtəlif işarəli ədədləri toplamaq üçün çoxdan azı çıxıb, çoxun işarəsini saxlamaq lazımdır.

$$-3 + 7 = 4$$

$$-9 - (-12) = -9 + 12 = 3$$

$$-9 + 3 = -6$$

$$-7 + 7 = 0$$

Rasional ədədlərin vurulması, bölünməsi

$$+ \cdot + = +$$

$$+ : + = +$$

$$- \cdot - = +$$

$$- : - = +$$

$$- \cdot + = -$$

$$- : + = -$$

$$+ \cdot - = -$$

$$+ : - = -$$

Mənfilərin sayı təkdirsə, cavab mənfi olur.

Mənfilərin sayı cütdürsə, cavab müsbət olur.

$$- 3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (-2) = 12$$

Həqiqi ədədlər

Sonsuz onluq kəsrlər 2 cür olur:

1) dövrü olan

$$2,44444... = 2,(\overline{4})$$

$$2,632222... = 2,6\overline{3}(2)$$

2) dövrü olmayan

$$4,53441526733641327...$$

$$3,1415926... \quad \text{və s.}$$

Dövrü olanlar rasional ədədlərdir.

Dövrü olmayan sonsuz onluq kəsrlərə isə

irrasional ədəd deyilir. ir – inkar mənasını bildirən şəkilçidir.

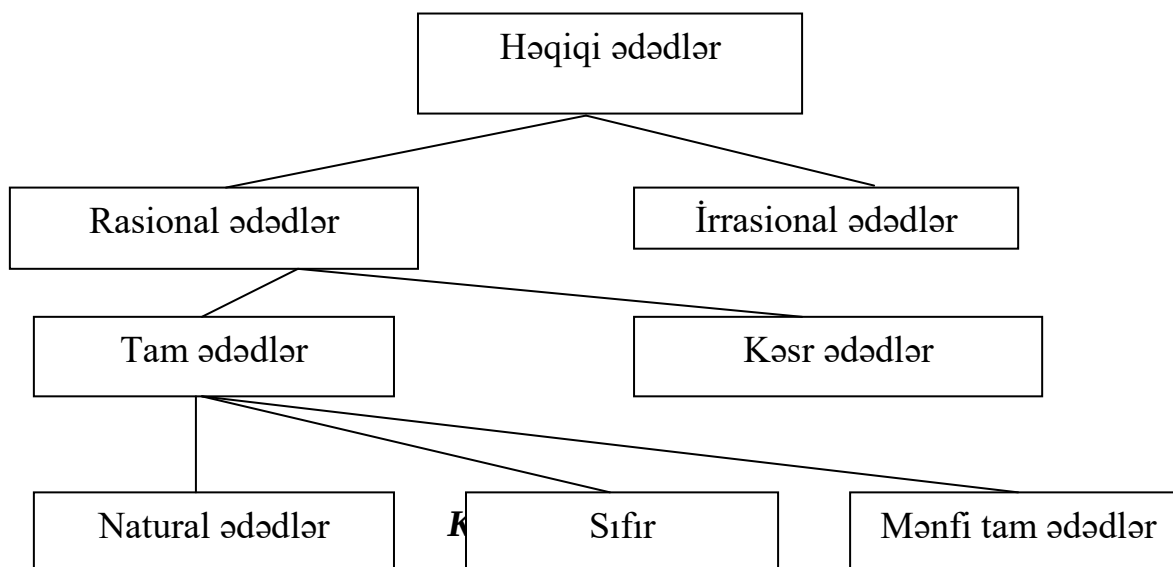
$R \neq 0$ olmaq şərtilə	
$R + \dot{I} = \dot{I}$	$\dot{I} + \dot{I} = \dot{I}; R$
$R - \dot{I} = \dot{I}$	$\dot{I} - \dot{I} = \dot{I}; R$
$R \cdot \dot{I} = \dot{I}$	$\dot{I} \cdot \dot{I} = \dot{I}; R$
$R : \dot{I} = \dot{I}$	$\dot{I} : \dot{I} = \dot{I}; R$
burada, R - rasional $\dot{I}$ –isə irrasional ədəddir, $R \neq 0$	

$\sqrt{3}; -\sqrt{5}; e; \pi; \log_2 13$ və s. irrasional ədədlərdir. Rasional ədədi $\frac{a}{b}$ kəsri kimi yazmaq

olar, $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$, irrasional ədədləri $\frac{a}{b}$ kəsri kimi yazmaq olmaz, $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$.

Rasional və irrasional ədədlərə birlikdə həqiqi ədədlər deyilir və $\mathbb{R}$ ilə işarə olunur.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



Kvadrat kök

- Kvadratı a -ya bərabər olan ədədə a -nın kvadrat kökü deyilir.
64-ün kvadrat kökü 8 və -8- dir.
0-ın kvadrat kökü 0-dır.
-16-nın kvadrat kökü yoxdur, çünki heç bir ədədin kvadratı mənfi olmur.
- Kvadratı a - ya bərabər olan mənfi olmayan ədədə a -nın hesabi kvadrat kökü deyilir.
Məsələn 64-ün hesabi kvadrat kökü 8-dir.

$$\sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

$$\sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$-\sqrt{16} = -4$$

$$\sqrt{-16} \text{ mənasızdır}$$

$$\sqrt{16} = -4 \text{ ola bilməz}$$

- $\sqrt[n]{x}$ ifadəsinin n cüt olduqda $x \geq 0$ olanda mənası var.
- $\sqrt[n]{x}$ ifadəsinin n tək olduqda həmişə mənası var.
- $\left. \begin{aligned} (\sqrt{a})^2 &= a \\ \sqrt{a^2} &= |a| \end{aligned} \right\}$ düsturları var.

$$(\sqrt{5})^2 = 5$$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{(-5)^2} &= |-5| = 5 \\ \sqrt{(-5)^2} &= \sqrt{5^2} = 5 \end{aligned} \right\}$$

- Hasildən kök almaq üçün vuruqların hər birindən kök almaq lazımdır.

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{64 \cdot 36} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{36} = 8 \cdot 6 = 48$$

$$\begin{aligned} \sqrt{24 \cdot 72} &= \sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 3^2} = \sqrt{2^6 \cdot 3^2 \cdot 3} = \\ &= 8 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 24\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

- Kəsrdən kök almaq üçün həm surət, həm də məxrəcdən kök alınır.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

- Qüvvətdən kök almaq üçün qüvvət üstü kökün üstünə bölünür.

$$\sqrt{a^n} = \left| a^{\frac{n}{2}} \right|$$

$$\sqrt{2^5} = \sqrt{2^4 \cdot 2} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{2} = 2^2 \cdot 2 = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} = |\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3}$$

$$x^2 = a \quad \text{tənliyi}$$

Bu tənliyin həllində üç hal olur.

- $a < 0$, bu zaman tənliyin kökü yoxdur.

$$x^2 = -16 \quad (x-3)^2 + 4 = 1$$

$$\emptyset \quad (x-3)^2 = 1 - 4$$

$$(x-3)^2 = -3 \implies \emptyset$$

- $a = 0$ olduqda

$$(x-3)^2 = 0$$

$$x-3 = 0$$

$$x = 3$$

- $a > 0$, olduqda

$$\text{a) } x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

$$\text{b) } (x-3)^2 = 9$$

$$x-3 = 3 \text{ və ya } x-3 = -3$$

$$x = 6$$

$$x = 0$$

$$\text{ç) } (x-2)^2 = 6$$

$$x-2 = \pm\sqrt{6}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{6}$$

Ədədin tam və kəsr hissəsi

- Ədədin tam hissəsi üçün
 - 1) cavab tam ədəd olmalıdır
 - 2) verilən ədəddən çox olmamalıdır

Ədədin tam hissəsi $[a]$ kimi işarə olunur.

$$[2,4] = 2$$

$$[-3] = -3$$

$$[-0,3] = -1$$

$$[45] = 45$$

$$[-5,7] = -6$$

$$\left[-\frac{2}{3}\right] = -1$$

- Ədədin kəsr hissəsi isə belə tapılır.

$$\{a\} = \text{ədəd özü} - \text{tam hissə, yəni } \{a\} = a - [a]$$

$$\{2,4\} = 2,4 - [2,4] = 2,4 - 2 = 0,4$$

$$\{-2,4\} = -2,4 - [-2,4] = -2,4 - (-3) = -2,4 + 3 = 0,6$$

İstənilən ədədin kəsr hissəsi $[0;1)$ aralığında olur. İstənilən a ədədini onun tam və kəsr hissələrinin cəmi şəklində göstərmək olar.

$$a = [a] + \{a\}$$

Oxşar toplananlar

Hərfi hissələri eyni olan toplananlara oxşar toplananlar deyilir.

$$2a; -3a; 4\frac{1}{2}a; a \text{ oxşardır}$$

$$3a^2b \text{ və } 2ab^2 \text{ oxşar deyildir}$$

$$3a + b \text{ toplanmır}$$

$$\begin{aligned} 2x + 4y - 3abc + 2y - 4x + 2ab - 2abc + 7 - 2x - y + 5 &= \\ = 2x - 4x - 2x + 4y + 2y - y - 3abc - 2abc + 2ab + 7 + 5 &= \\ = -4x + 5y - 5abc + 2ab + 12 \end{aligned}$$

Tənliklər həlli

Tənliyi həll etmək üçün

- 1) tənliyi kəsrdən qurtarmaq ($\Theta KOB - a$ vurmaq)
- 2) mötərizələri açmaq
- 3) məchulu bir, məlumu digər tərəfə seçmək

Hər hansı toplananı bərabərlik işarəsinin bir tərəfindən digər tərəfinə keçirdikdə işarəsi əksinə dəyişir.

- 4) məchulu tapırıq:

$$1) \quad x + 4 = 8$$

$$x = 8 - 4$$

$$x = 4$$

$$2) \quad x - 4 = 8$$

$$x = 8 + 4$$

$$x = 12$$

$$3) \quad 14 - x = 7$$

$$-x = 7 - 14$$

$$-x = -7$$

$$x = 7$$

$$4) \quad -x + 8 = 13$$

$$-x = 13 - 8$$

$$-x = 5$$

$$x = -5$$

$$5) \quad -2x + 4 = -3x - 2x + 5$$

$$-2x + 3x + 2x = 5 - 4$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$6) \quad 2(x + 3) - 4(-x + 5) - 2x = -3(-4x - 7) + 5$$

$$2x + 6 + 4x - 20 - 2x = 12x + 21 + 5$$

$$2x + 4x - 2x - 12x = 21 + 5 - 6 + 20$$

$$-8x = 40$$

$$x = 40 : (-8)$$

$$x = -5$$

$$7) \quad 2 - \frac{-2x + 4}{3} - \frac{1}{2}x = -\frac{x + 3}{2} - 4x + 2$$

$$12 - 2(-2x + 4) - 3x = -3(x + 3) - 24x + 12$$

$$12 + 4x - 8 - 3x = -3x - 9 - 24x + 12$$

$$4x - 3x + 3x + 24x = -9 + 12 - 12 + 8$$

$$28x = -1$$

$$x = -\frac{1}{28}$$

modullu tənliklər

$$1. \quad |x - 3| = -5$$

Modul heç vaxt mənfi ola bilməz, ona görə də tənliyin kökü yoxdur, $\emptyset$.

$$2. \quad |x + 5| = 0 \Rightarrow x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$$

$$3. \quad |x + 5| = 3 \quad \text{Bu halda}$$

$$x + 5 = 3 \quad \text{və ya} \quad x + 5 = -3$$

$$x = 3 - 5 \quad x = -3 - 5$$

$$x = -2 \quad x = -8$$

$$\text{Cavab: } \{-2; -8\}$$

birdəyişənli xətti tənliklər

$ax = b$ şəklində olan tənliyə birdəyişənli xətti tənlik deyilir.

Xətti tənliyin köklərinin olması a və b parametrlərindən asılıdır.

1. $a = 0, b = 0$ olsa, tənliyin sonsuz sayda həlli var; $0 \cdot x = 0$
2. $a = 0, b \neq 0$ olsa, tənliyin həlli yoxdur.

$$0 \cdot x = 3 \Rightarrow x = 3 : 0 \text{ mümkün deyil.}$$

3. $a \neq 0$ olsa, tənliyin yeganə həlli vardır.

$$3 \cdot x = 12$$

$$x = 12 : 3$$

$$x = 4$$

Bəzən a və b əmsalları başqa dəyişəndən asılı olur. Belə dəyişənə parametr deyilir.

Misal 1. p parametrinin hansı qiymətində $(p+1)x = p(p+1)$ tənliyinin sonsuz sayda kökü var?

Həlli: Verilmiş tənlikdə $a = p+1$ və $b = p(p+1)$. Tənliyin sonsuz sayda kökünün olması üçün 1-ci şərtə görə $p+1=0$ və $p(p+1)=0$ olmalıdır ki, bu da $p=-1$ olduqda mümkündür. Beləliklə, $p=-1$ olduqda verilmiş tənliyin sonsuz sayda kökü olar.

Misal 2. m parametrinin hansı qiymətində $(3m+2)x = -0,19$ tənliyinin kökü yoxdur?

Həlli: Bu tənlikdə $a = 3m+2$, $b = -0,19$. Deməli, 2-ci şərtə görə, $3m+2=0$ olduqda, yəni $m = -\frac{2}{3}$ olduqda tənliyin kökü yoxdur.

eynigüclü tənliklər

Həlləri eyni olan tənliklərə eynigüclü tənliklər deyilir.

● Tənliyin hər iki tərəfinə eyni bir ədədi əlavə etsək və ya çıxsaq onunla eynigüclü tənlik alınar.

$$x + 5 = 10$$

$$x + 5 + 8 = 10 + 8$$

$$x = 10 - 5$$

$$x + 13 = 18$$

$$x = 5$$

$$x = 5$$

● Tənliyin hər iki tərəfini sıfırdan fərqli eyni bir ədədə vursaq və ya bölsək, onunla eynigüclü tənlik alınar.

● Toplananların işarəsini əksinə dəyişməklə bir tərəfdən digər tərəfə keçirsək, onunla eynigüclü tənlik alınar.

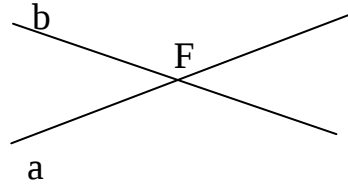
● Tənliyin bütün hədlərinin işarəsini eyni vaxtda dəyişsək, onunla eynigüclü tənlik alınar.

Düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyəti

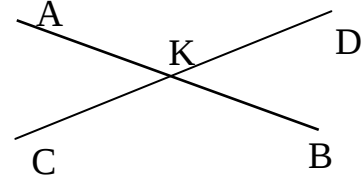
Müstəvi üzərində düz xətlər 2 cür qarşılıqlı vəziyyətdə olur:

kəsişir və ya paralel olur

Bir ortaq nöqtəsi olan düz xətlərə kəsişən düz xətlər deyilir.

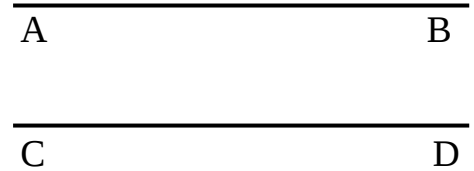
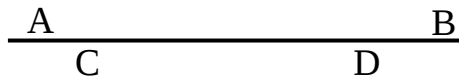


$$a \cap b = F$$



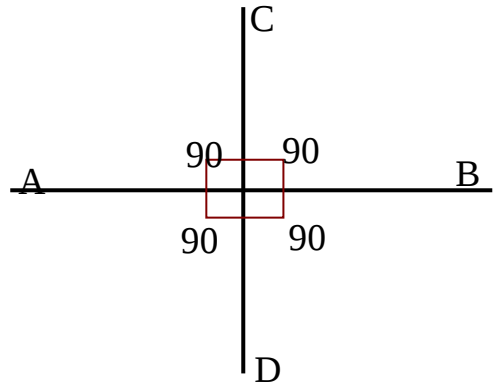
$$(AB) \cap (CD) = K$$

Kəsişməyən və ya üst – üstə düşən düz xətlərə paralel düz xətlər deyilir.



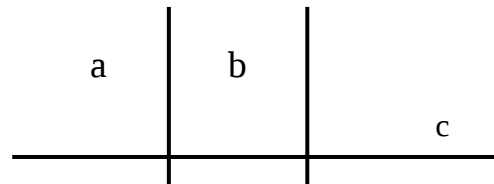
Kəsişdikdə düz bucaq əmələ gətirən düz xətlərə perpendikulyar düz xətlər deyilir.

$$(AB) \perp (CD)$$

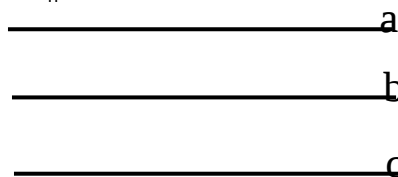


- İki düz xətt hər hansı bir düz xəttə perpendikulyardırsa, onda bu düz xətlər paraleldir.

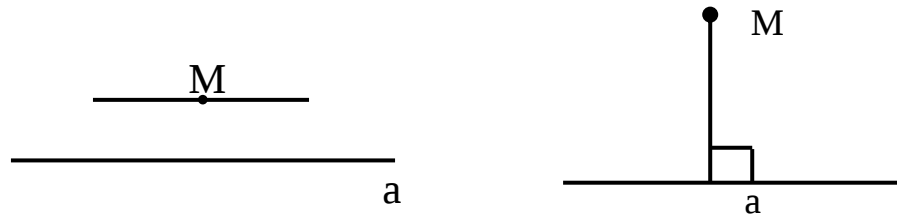
$$a \perp c, b \perp c \text{ olarsa, onda } a \parallel b$$



- $a \parallel b, b \parallel c$ olarsa, onda $a \parallel c$



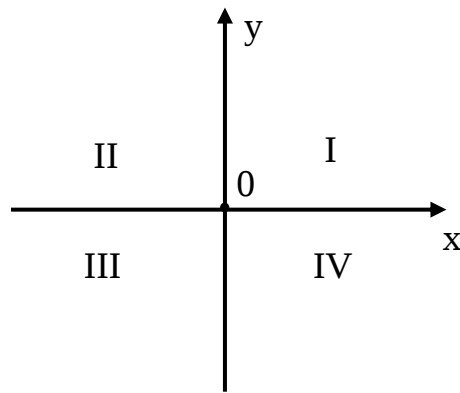
- Düz xəttin üzərində olmayan nöqtədən bu düz xəttə yalnız bir paralel, bir perpendikulyar çəkmək olar.



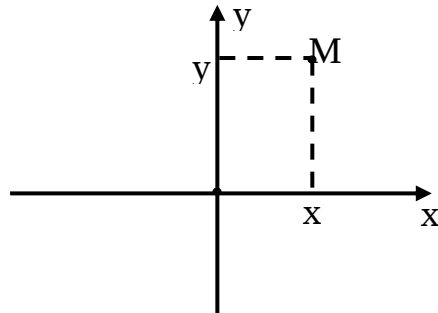
Düzbucaqlı koordinat sistemi

Bir – birinə perpendikulyar olan x və y oxları çəkək: x oxuna absis oxu, y oxuna ordinat oxu deyilir. Bu oxların kəsişmə nöqtəsinə koordinat başlanğıcı deyilir.

Üzərində x və y oxları, koordinat başlanğıcı, verilən müstəviyə koordinat müstəvisi deyilir.



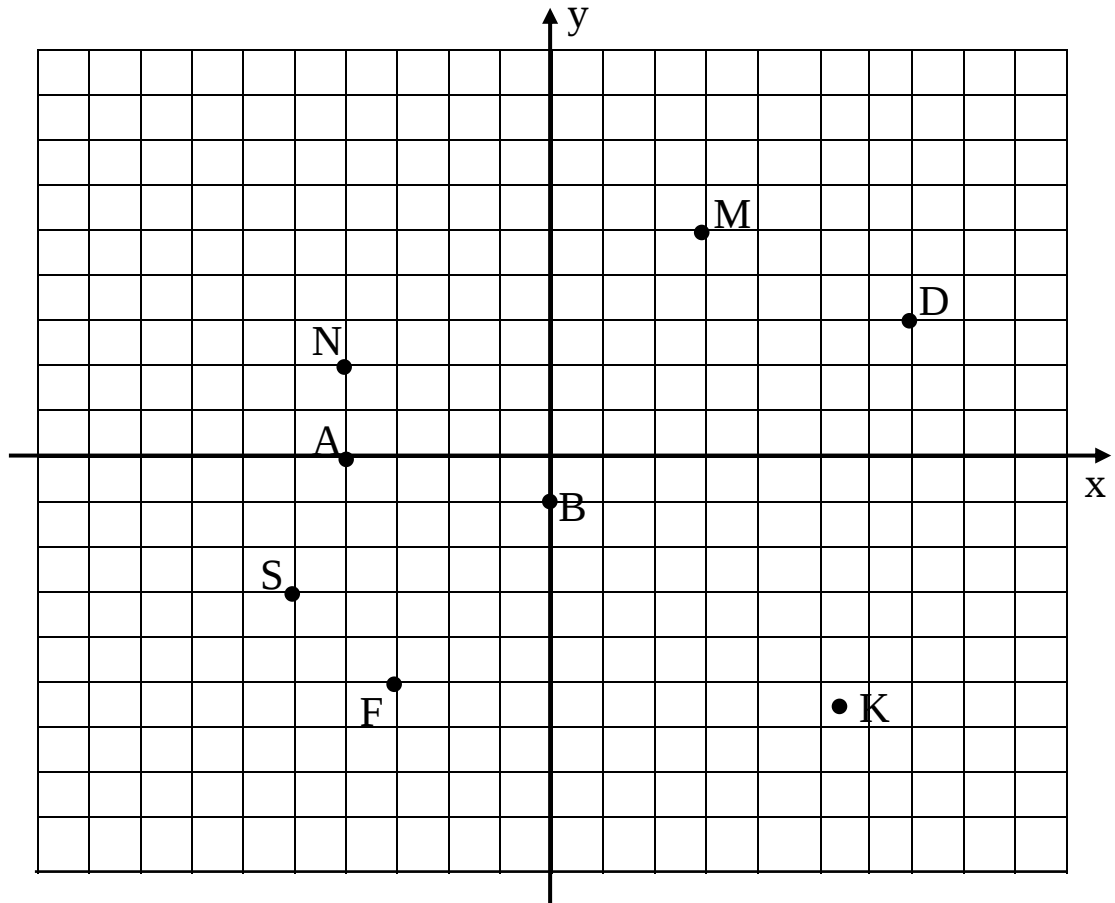
x və y oxları müstəvisni 4 yerə bölür. Buna rüb və ya kvadrant deyilir və bu rüblər saat əqrəbinin əksinə nömrələnir. Müstəvi üzərində hər hansı bir M nöqtəsi götürək. M nöqtəsindən absis və ordinat oxlarına perpendikulyar çəkək. X – absis, y – isə ordinatı göstərir.



Deməli, müstəvi üzərində nöqtənin 2 koordinatı olur: Absis və ordinat, absis 1- ci yerdə, ordinat isə 2 –ci yerdə yazılır. Koordinat başlanğıcının həm absisi, həm də ordinatı sıfırdır. Əgər nöqtə ordinat oxu üzərindədirsə onun absisi sıfırdır. Əgər nöqtə absis oxu üzərindədirsə, onun ordinatı sıfırdır.

Düzbucaqlı koordinat sisteminə onu kəşf etmiş Dekartın şərəfinə Dekart koordinat sistemi də deyirlər.

a) $M(3;5)$, $N(-4; 2)$; $S(-5;- 3)$, $A(- 4, 0)$, $B(0; -1)$, $K\left(5\frac{1}{2}, -5\frac{2}{3}\right)$ nöqtələrini qurun

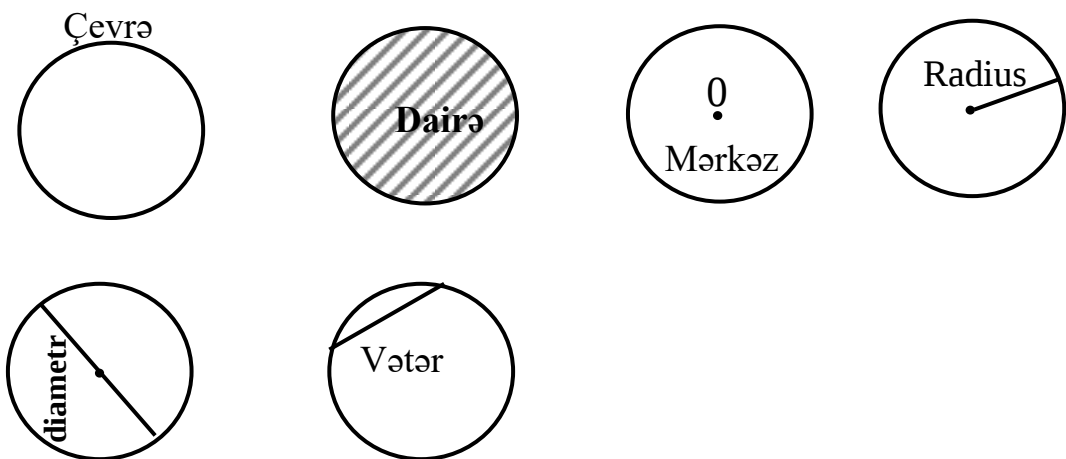


b) Şekildəki D və F nöqtələrinin koordinatlarını tapın.

Verilmiş nöqtədən absis və ordinat oxuna perpendikulyarlar çəkək, alınan ədədlər nöqtənin koordinatlarını göstərir. 1 – ci yerdə absis, 2 – ci yerdə isə ordinat yazılır.

D (7; 3) və F (-3; -5)

Çevrə və onun uzunluğu. Dairə və onun sahəsi



- Müstəvi üzərində verilmiş nöqtədən eyni məsafədə yerləşən bütün nöqtələr çoxluğuna çevrə deyilir.
- Çevrə ilə əhatə olunmuş müstəvi hissəsinə dairə deyilir.
- O nöqtəsinə mərkəz deyilir.

- Çevrənin ixtiyari iki nöqtəsini birləşdirən parçaya vətər deyilir. Çevrənin sonsuz sayda vətəri var.
- Çevrənin mərkəzini onun hər hansı nöqtəsi ilə birləşdirən parçaya radius deyilir. Çevrənin sonsuz sayda radiusu var.
- Mərkəzdən keçən vətərə diametr deyilir. Diametr vətərlərin ən böyüyüdür. Çevrənin sonsuz sayda diametri var. Diametr iki radiusa bərabərdir. $D = 2r$
- Çevrənin uzunluğunun diametrin uzunluğuna nisbəti bütün çevrələr üçün eyni olub, π –yə bərabərdir

$$l : D = \pi \approx 3,1415926..... \approx 3,14$$

- Çevrənin uzunluğu aşağıdakı düsturla tapılır

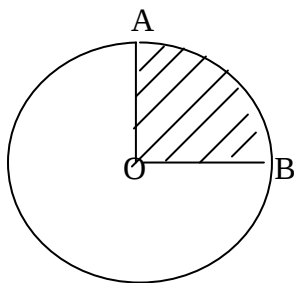
$$l = 2\pi r$$

$$l = \pi D, \text{ burada } r - \text{radius}, D - \text{diametr}, \pi \approx 3,14$$

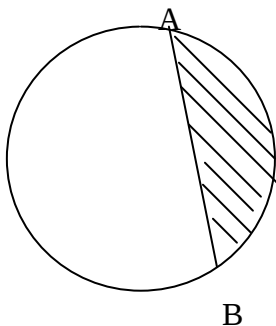
- Dairənin sahəsi belə tapılır.

$$S = \pi r^2 \text{ və ya } S = \frac{1}{4} \pi d^2, \text{ burada } r - \text{radius}, D - \text{diametr}, \pi \approx 3,14$$

- Dairənin iki radiusu arasında qalan hissəsi sektor adlanır.
- Dairədə vətər və vətərin ucları arasında qalan qövsün həddlandırıdığı hissə seqment adlanır.



Ştrixlənən hissə sektordur.



Ştrixlənən hissə seqmentdir. Ştrixlənməyən hissə də seqment hesab edilir.

- Fəzanın verilmiş nöqtəsindən verilmiş məsafədə duran bütün nöqtələrdən ibarət fiqura sfera deyilir. Verilmiş nöqtəyə sferanın mərkəzi; verilmiş məsafəyə (R) sferanın radiusu deyilir.

- Sferanın istənilən 2 nöqtəsini birləşdirən parçaya onun vətəri, mərkəzdən keçən vətərə diametr deyilir.
- Sferanın mərkəzi ilə ixtiyari nöqtəni birləşdirən parçaya da onun radiusu deyilir.
- Fəzanın verilmiş nöqtəsindən məsafələri verilmiş məsafədən böyük olmayan nöqtələrdən ibarət çoxluğa kürə deyilir.
- İki sferanın kəsişməsi çevrədir.
- İki kürənin kəsişməsi dairədir.
- Sferanın müstəvi ilə kəsiyi çevrədir.
- Kürənin müstəvi ilə kəsiyi dairədir.
- Kürənin mərkəzindən keçən müstəvi ilə kəsiyindən alınan dairənin radiusu digər kəsiklərdən alınan dairələrin radiuslarından ən böyüyüdür.

Ədədi ifadələr

Əməl işarələrinin köməyi ilə yalnız ədədlərdən düzələn ifadələr ədədi ifadələr adlanır.

Hər bir ədədin özü də ədədi ifadədir. $3+5$; $4+3\cdot 2$; $(5+3\cdot 2):6$; $3-\frac{2}{5}$; $6:3$ və s. ədədi ifadələrdir. Ədədi ifadədə əməlləri yerinə yetirdikdən sonra alınan ədəd həmin ifadənin qiymətidir.

Dəyişəni olan ifadələr

İfadədə dəyişən iştirak edərsə, ona dəyişəni olan ifadə və ya cəbri ifadə deyilir.

$2x+3$; $b+\frac{a}{2}$; $\frac{a+2}{a-3}$; a^2+5 ; $\frac{5}{x-3}$ və s. dəyişəni olan ifadədir.

Dəyişəni olan ifadələr iki cür olur: tam cəbri ifadələr, rəasional ifadələr. Tam ifadələrin məxrəcində dəyişən olmur. Məsələn,

$\frac{9x}{7}$; $\frac{7x^5+3}{4}$; $12x+4y$; $9a^{15}b^{12}$; x^2+y^2-4 tam ifadədir.

Məxrəcində dəyişən olan ifadəyə kəsir rəasional ifadə deyilir.

$\frac{3x+4}{2x+5}$; $\frac{7x+2}{2}+\frac{4}{x}$; $\frac{2x+5}{x^2+3}$ və s.

Ədədi ifadə ilə dəyişəni olan ifadənin fərqi ondadır ki, ədədi ifadə yalnız bir qiymət alır, dəyişəni olan ifadə ona daxil olan dəyişəndən asılı olaraq bir neçə qiymət ala bilər.

a) $2a+3$ ifadəsinin qiymətini $a=5$ olduqda tapmaq

$$2a+3=2\cdot 5+3=13$$

b) $\frac{2}{x-1}$ ifadəsi $x=1$ olduqda təyin olunmayıb, mənasızdır, çünki $\frac{2}{x-1}=\frac{2}{1-1}=\frac{2}{0}$ mümkün deyil. Sıfıra bölmək olmaz.

Tam ifadənin dəyişənin bütün qiymətlərində mənası vardır, yəni onun təyin oblastı bütün ədədlərdir. Dəyişənin mümkün qiyməti dedikdə, elə qiymətlər nəzərdə tutulur ki, bu ifadənin həmin qiymətlərdə mənası olsun.

$$y = 2x + 3 - \frac{x+5}{3x-6} \text{ ifadəsinin təyin oblastını (DMQ) tapaq. Bu ifadənin mənasının olması}$$

üçün məxrəc sıfırdan fərqli olmalıdır.

$$3x - 6 \neq 0$$

$$3x \neq 6 \Rightarrow x \neq 2$$

$$\text{Cavab: } (-\infty; 2) \cup (2; +\infty).$$

• İfadədə dəyişən modul daxilində verilsə, başqa sözlə $|x|$, $3|a| + 2b^2$ və bu kimi ifadələr rəşional ifadələr deyil.

• Dəyişənin istənilən qiymətində doğru olan bərabərliyə eynilik deyilir. Eyniliyi isbat etmək üçün tərəflərdən birini götürüb sadələşdirirlər. Əgər digər tərəfi alınarsa, eynilik doğru hesab olunur.

$$a + b = b + a$$

$$(a + b)c = ac + bc$$

$$|a - b| = |b - a| \quad \text{və s. eynilikdir.}$$

Qüvvət

Eyni vuruqların hasilinə qüvvət deyilir.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 32$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ dəfə}}$$

a^n ifadəsində a –ya əsas, n –ə üst; a^n –ə isə qüvvət deyilir.

- Mənfi ədədin cüt qüvvəti müsbətdir $(-4)^2 = 16$

$$-4^2 = -16$$

- Mənfi ədədin tək qüvvəti mənfi olur.

$$(-2)^3 = -8 \quad -2^3 = -8$$

- İstənilən ədədin bir üstlü qüvvəti özünə bərabərdir.

$$2^1 = 2 \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{1}{2}$$

- Sıfır üstlü qüvvət 1-ə bərabərdir.

$$5^0 = 1 \quad \left(-2\frac{3}{4}\right)^0 = 1 \quad 0^0 \text{ isə mənasızdır.}$$

- Mənfi üstlü qüvvət isə aşağıdakı kimidir.

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}, \text{ yəni } a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ və ya } \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$3 + 5 \cdot 2^2 = 3 + 5 \cdot 4 = 3 + 20 = 23$$

$$-3^2 + (-2)^3 + (-3)^2 = -9 - 8 + 9 = -8$$

0^0 , 0^{-3} mənasızdır. Sıfırın yalnız müsbət üstlü qüvvətinin mənası var.

Qüvvətin xassələri

- Əsasları bərabər olan qüvvətləri vuranda əsas qalır, üstlər isə toplanır.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2^{-3} \cdot 2^5 \cdot 2^{-8} = 2^{-3+5-8} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$$

- Əsasları bərabər olan qüvvətləri böləndə əsas qalır, üstlər çıxılır.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$2^3 : 2^{-5} = 2^{3-(-5)} = 2^{3+5} = 2^8$$

- Hasil qüvvətə yüksəltmək üçün hər bir vuruq həmin qüvvətə yüksəldilir.

$$(abc)^n = a^n b^n c^n$$

- Qüvvəti qüvvətə yüksəldəndə əsas qalır, üstlər vurulur.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

- Kəsri qüvvətə yüksəldəndə həm sürət, həm də məxrəc həmin qüvvətə yüksəldilir.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$\left(-1\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$$

Misal. 2^{100} -ün yarısı neçədir?

$$2^{100} : 2 = 2^{100-1} = 2^{99}.$$

Qüvvətlərin müqayisəsi

- Əsaslar eyni və 1-dən böyükdürsə, üstü böyük olan böyükdür

$$3^{12} < 3^{51}$$

- Əsaslar eyni və $(0;1)$ arasındadırsa, üstü böyük olan kiçik olur.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad (0,3)^{15} < (0,3)^{10}$$

- Əsasları müxtəlif, üstlər eynidirsə, əsası böyük olan böyükdür.

$$4^{17} < 8^{17} \quad 7^9 > \left(\frac{12}{15}\right)^9$$

- Əsaslar, həm də üstlər müxtəlifdirsə, onları çevirməklə əvvəlki hallardan birinə gətirirlər.

a) 5^6 və 8^{12} - ni müqayisə edin.

$$8^{12} = (8^2)^6 = 64^6 \quad 5 < 64, \text{ deməli } 5^6 < 8^{12}$$

b) 2^{300} və 3^{200} - ü müqayisə edin.

$$2^{300} = (2^3)^{100} = 8^{100} \quad 3^{200} = (3^2)^{100} = 9^{100} \quad 8^{100} < 9^{100}$$

Ona görə $2^{300} < 3^{200}$ olur.

Ədədin standart şəkli

Böyük və ya kiçik ədədlərin $a \cdot 10^n$ şəklində yazılmasına onun standart şəkli deyilir, burada a ədədi üçün $a \in [1;10)$, $1 \leq a < 10$ olmalıdır, n -ə isə ədədin tərtibi deyilir.

$$1350000000000000 = 1,35 \cdot 10^{15}$$

$$0,00000000000039 = 3,9 \cdot 10^{-12}$$

$$0,5 = 5 \cdot 10^{-1}$$

$$0,889 \cdot 10^5 = 8,89 \cdot 10^{-1} \cdot 10^5 = 8,89 \cdot 10^4$$

Mütləq və nisbi xəta

- $\text{Mütləq xəta} = | \text{dəqiq qiymət} - \text{təqribi qiymət} |$

Misal. $\frac{1}{3}$ ədədini onda birə qədər yuvarlaqlaşdırın və mütləq xətanı tapın.

$$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,3333... \approx 0,3$$

Burada dəqiq qiymət $\frac{1}{3}$, təqribi qiymət 0,3-ə bərabərdir. Onda

$$\text{mütləq xəta} = \left| \frac{1}{3} - 0,3 \right| = \left| \frac{1}{3} - \frac{3}{10} \right| = \left| \frac{10-9}{30} \right| = \left| \frac{1}{30} \right| = \frac{1}{30}$$

- $\text{Nisbi xəta} = \frac{\text{мүтлэг хята}}{\text{тэгриймиймэт}} \cdot 100\%$

Nisbi xəta faizlə ifadə olunur.

Misal. 25,3 ədədini təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırın və nisbi xətanı tapın.

$$25,3 \approx 25 \quad \frac{|25,3 - 25|}{|25|} \cdot 100\% = \frac{|0,3|}{25} \cdot 100\% = 0,3 \cdot 4 = 1,2\%$$

Birhədli

Yalnız vurma və qüvvətə yüksəltmə əməllərindən ibarət olan ifadələrə birhədli deyilir.

$2a^3$; abc ; $2x^3y$; $5x$; x ; 5 və s. birhədli dir.

$\frac{x}{2}$ birhədli dir, $\frac{2}{x}$ birhədli deyil, çünki məxrəcdə dəyişən var.

$3ab^{-2}c^4$; $\frac{5a^2c}{d}$; $\frac{1}{2}mn^{1.6}$; $4x + 2y^3z$ ifadələri də birhədli deyil.

- Birhədlinin ədədi vuruğuna onun əmsalı deyilir.

$2a^3b^2c \cdot 4xy$ birhədlinin əmsalı $2 \cdot 4 = 8$ - dir.

- Birhədlinin dərəcəsinə (qüvvətini) tapmaq üçün hərflərin üstlərini toplamaq lazımdır.

$2a^3xy$ -in dərəcəsi 5- dir.

x -in dərəcəsi 1- dir.

5-in dərəcəsi 0- dir.

- Birhədliyə əməlləri yerinə yetirsək, alınan birhədliyə onun standart və ya kanonik şəkli deyilir.

$\frac{2}{3}a^3b^4$ - standart şəkildədir.

$\frac{2}{3}a^2b \cdot 4ab^3$ - isə qeyri-standard şəkildədir.

Çoxhədlilər

Birhədlilərin cəminə çoxhədli deyilir.

$2a^3 + 5bx - abc - x + \frac{x+3}{2} - 10$ çoxhədli dir.

- $4a^3 + 2x^2 + \frac{5a+3}{x} - \frac{4}{x}$ çoxhədli deyil, çünki, məxrəcdə dəyişən var.

- Birhədlini çoxhədliyə vurmaq üçün bu birhədlini çoxhədlinin hər bir həddinə vurmaq lazımdır.

$$2a^2(3x - 4abc + 2) = 6a^2x - 8a^3bc + 4a^2$$

- Çoxhədlini çoxhədliyə vurmaq üçün birincinin hər bir həddini ikincinin hər bir həddinə vurmaq lazımdır.

$$(2x - 3x^2)(x^2 - 4x + 3) = \underline{2x^3} - \underline{8x^2} + \underline{6x} - \underline{3x^4} + \underline{12x^3} - \underline{9x^2} = 14x^3 - 17x^2 - 3x^4 + 6x$$

- **Çoxhədlinin əmsalları.** $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$ standart çoxhədlisində

əmsallar $\rightarrow a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$

əmsallar cəmi $\rightarrow P(1) = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$

sərbəst həddi $\rightarrow P(0) = a_n$

a) ixtiyari çoxhədlinin əmsallar cəmi dəyişənlərin yerinə 1 yazıb, hesablamaqla tapılır.

b) ixtiyari çoxhədlinin sərbəst həddi dəyişənlərin yerinə 0 yazıb, hesablamaqla tapılır.

Məsələn, $P(x) = 5x^2 - 3x + 1$ çoxhədlisində

əmsallar $\rightarrow 5; -3; 1$.

əmsallar cəmi $\rightarrow P(1) = 5 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 1 = 3$

sərbəst həddi $\rightarrow P(0) = 5 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$

• **Çoxhədlilərin dərəcəsi.** Çoxhədlilərin dərəcəsini tapmaq üçün əvvəlcə oxşar hədlər islah olunur. Sonra hansı həddin dərəcəsi çoxdursa, elə bu həmin çoxhədlinin dərəcəsi qəbul edilir.

$$2a^3b^2 - 4b^{12} + 3ac + 4b^{12} + 7x + a + 4 = \underbrace{2a^3b^2}_5 + \underbrace{3ac}_2 + \underbrace{7x}_1 + \underbrace{a}_1 + \underbrace{4}_0$$

Çoxhədlinin dərəcəsi 5-dir.

$A(x)$ çoxhədlisinin dərəcəsi p ,

$B(x)$ çoxhədlisinin dərəcəsi q olarsa,

$A(x) \cdot B(x)$ çoxhədlisinin dərəcəsi $p + q$

$A(x) \cdot [B(x)]^n$ - in dərəcəsi $p + q \cdot n$

$[A(x)]^n \cdot [B(x)]^m$ - in dərəcəsi $p \cdot n + q \cdot m$

Məsələn, $(x^2 - 5)^4 \cdot (2x^3 + 4x - 1)^7$ çoxhədlisinin dərəcəsi $2 \cdot 4 + 3 \cdot 7 = 29$

Çoxhədlinin vuruqlara ayrılması

Çoxhədlinin hasil şəklində göstərilməsinə onun vuruqlara ayrılması deyilir. Aşağıdakı üsullardan istifadə olunur.

1. ortağ vuruğun mötərizə xaricinə çıxarılması
2. qruplaşdırma üsulu
3. müxtəsər vurma düsturlarından istifadə üsulu
4. süni üsullar (köklərindən istifadə etməklə, tam kvadrat ayırmaqla, həddi əlavə edib, çıxmaqla vuruqlara ayırma)

1. Ortaq vuruğun mötərizə xaricinə çıxarılması

Bu üsul, hədlərində ortağ vuruq olan çoxhədlilərə tətbiq olunur.

1. Ortaq vuruq tapılır. Ədədlərdən ƏBOB, hərflərdən isə üstü az olan çıxır.
2. Hər bir hədd ortağ vuruğa bölünür
3. Ortaq vuruq mötərizə xaricində, cavablar isə işarələri nəzərə almaqla mötərizə daxilində yazılır.

$$x^5 - x^9 = x^5(1 - x^4)$$

$$-6xy + y = y(-6x + 1) = -y(6x - 1)$$

$$-6xy - y^3 = -y(6x + y^2)$$

$$8a^3bc - 12a^2b^3 = 4a^2b(2ac - 3b^2)$$

2. Qruplaşdırma üsulu

Bu üsulla çoxhədlini vuruqlara ayırmaq üçün onun hədlərini elə qruplaşdırırıq ki, onlardan ortağ vuruq çıxartmaq mümkün olsun.

$$3a + ay + 9b + 3by = a(3 + y) + 3b(3 + y) = (3 + y)(a + 3b)$$

$$9n + m^3 - m^2n - 9m = \underbrace{9n - 9m} + \underbrace{m^3 - m^2n} = -9(m - n) + m^2(m - n) =$$

$$= (m - n)(m^2 - 9) = (m - n)(m - 3)(m + 3)$$

3. Hədd əlavə edib çıxma üsulu

$$a^4 + a^2 + 1 = a^4 + a^2 + 1 + \underline{a^2 - a^2} = \underbrace{a^4 + 2a^2 + 1}_{(a^2 + 1)^2} - a^2 = (a^2 + 1)^2 - a^2 =$$

$$= (a^2 + 1 - a)(a^2 + 1 + a) = (a^2 - a + 1)(a^2 + a + 1)$$

4. Köklərdən istifadə etməklə kvadrat üçhədlinin vuruqlara ayrılması.

x_1 və x_2 ədədləri $ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin kökləridirsə, onda

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

5. Tam kvadrat ayırma üsulu.

$$x^2 - 2xy - 3y^2 = x^2 - 2xy + y^2 - 4y^2 = (x - y)^2 - (2y)^2 =$$

$$= (x - y + 2y)(x - y - 2y) = (x + y)(x - 3y)$$

$$\text{Qeyd. } x^2 - 2xy - 3y^2 = y^2 \left[\left(\frac{x}{y} \right)^2 - 2 \frac{x}{y} - 3 \right] \xrightarrow{\frac{x}{y}=t} y^2(t^2 - 2t - 3) =$$

$$= y^2(t + 1)(t - 3) = y^2 \left(\frac{x}{y} + 1 \right) \left(\frac{x}{y} - 3 \right) = y \left(\frac{x}{y} + 1 \right) \cdot y \left(\frac{x}{y} - 3 \right) = (x + y)(x - 3y)$$

Müxtəsər vurma düsturları

• **Cəmin kvadratı** bərabərdir: birincinin kvadratı; plus birinci və ikincinin hasilinin iki misli; plus ikincinin kvadratı.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

• **Fərqin kvadratı** bərabərdir: birincinin kvadratı; minus birinci və ikincinin hasilinin iki misli; plus ikincinin kvadratı.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2x^4 - 3xy^8)^2 = (2x^4)^2 - 2x^4 \cdot 3xy^8 \cdot 2 + (3xy^8)^2 = 4x^8 - 12x^5y^8 + 9x^2y^{16}$$

• **Cəmin kubu** bərabərdir: birincinin kubu; plus birincinin kvadratı ilə ikincinin hasilinin 3 misli; plus ikincinin kvadratı ilə birincinin hasilinin 3 misli; plus ikincinin kubu.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

• **Fərqin kubu** bərabərdir: birincinin kubu; minus birincinin kvadratı ilə ikincinin hasilinin 3 misli; plus ikincinin kvadratı ilə birincinin hasilinin 3 misli; minus ikincinin kubu.

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(2x^4 - y^5)^3 = (2x^4)^3 - (2x^4)^2 \cdot y^5 \cdot 3 + 2x^4 \cdot (y^5)^2 \cdot 3 - (y^5)^3 = 8x^{12} - 12x^8y^5 + 6x^4y^{10} - y^{15}$$

• **İki ifadənin cəmi ilə fərqinin hasili** onların kvadratları fərqinə bərabərdir.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(5x - 3)(3 + 5x) = (5x)^2 - 3^2 = 25x^2 - 9$$

$$62 \cdot 58 = (60 + 2)(60 - 2) = 60^2 - 2^2 = 3600 - 4 = 3596$$

• **İki ifadənin kvadratları fərqi** onların cəmi ilə fərqinin hasilinə bərabərdir.

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$49x^8y^2 - 25c^4 = (7x^4y)^2 - (5c^2)^2 = (7x^4y - 5c^2)(7x^4y + 5c^2)$$

• **İki ifadənin kübləri cəmi** həmin ifadələrin cəmi ilə, fərqinin natamam kvadratı hasilinə bərabərdir.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

• **İki ifadənin kübləri fərqi** həmin ifadələrin fərqi ilə, cəminin natamam kvadratı hasilinə bərabərdir.

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$8x^{12} - 27y^6 = (2x^4)^3 - (3y^2)^3 = (2x^4 - 3y^2)(4x^8 + 6x^4y^2 + 9y^4)$$

$$\frac{93^3 - 7^3}{93^2 + 93 \cdot 7 + 49} + \frac{93^2 - 7^2}{86} = \frac{(93 - 7)(93^2 + 93 \cdot 7 + 7^2)}{93^2 + 93 \cdot 7 + 49} + \frac{(93 - 7)(93 + 7)}{86} = 86 + 100 = 186$$

• **Çoxhəddlinin kvadratı.**

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

● ***Bəzən müxtəsər vurma düsturlarından alınan aşağıdakı eyniliklərdən də istifadə olunur.***

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$$

$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

$$a^2 + x + b^2 = (a+b)^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{a^2 \cdot b^2}$$

$$a^2 + x + b^2 = (a-b)^2 \Rightarrow x = -2\sqrt{a^2 \cdot b^2}$$

$$a^2 + 2ab + x = (a+b)^2 \Rightarrow x = b^2$$

$$x + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \Rightarrow x = a^2$$

Misal. Cəmi 8, hasili 3 olan iki ədədin kubları cəmini tapın.

$$x + y = 8 \quad xy = 3.$$

$$\text{Onda, } x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 8^3 - 3 \cdot 3 \cdot 8 = 512 - 72 = 540$$

Hesabi kvadrat köklər üzərində çevirmələr

a) Vuruğun kök işarəsi altından çıxarılması

Vuruğu kök işarəsi altından çıxartmaq üçün onu hasil şəklində elə yazmaq lazımdır ki, vuruqların birindən kök çıxartmaq mümkün olsun.

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{625a^{10}} - \sqrt{25a^4}, \quad a < 0$$

olarsa ifadəni sadələşdirək:

$$\sqrt{625a^{10}} - \sqrt{25a^4} = 25|a^5| - 5|a^2| = -25a^5 - 5a^5$$

b) Vuruğun kök işarəsi altına salınması

Vuruğu kök işarəsi altına salmaq üçün vuruğu kökün üstü dərəcədən qüvvətə yüksəldib, kökün altına vurmaq lazımdır.

$$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$$

$$-3\sqrt{4} = -\sqrt{3^2 \cdot 4} = -\sqrt{9 \cdot 4} = -\sqrt{36}$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} = |1-\sqrt{5}| - |\sqrt{5}-2| = \sqrt{5}-1 - (\sqrt{5}-2) = \sqrt{5}-1-\sqrt{5}+2=1$$

Misal. $x\sqrt[6]{-x}$ vuruğu kök işarəsi daxilinə salın.

Cüt dərəcədən kökaltı ifadə müsbət olduğundan, $-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$ Onda,

$$x\sqrt[6]{-x} = -\sqrt[6]{x^6 \cdot (-x)} = -\sqrt[6]{-x^7}$$

c) Kəsrin surətini və ya məxrəcini irrasionallıqdan azad etmə.

Bunun üçün məxrəci (surəti) elə ifadəyə vurmaq lazımdır ki, məxrəcdə (surətdə) kök olmasın

$$a) \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$b) \frac{13}{5+2\sqrt{3}} = \frac{13(5-2\sqrt{3})}{(5+2\sqrt{3})(5-2\sqrt{3})} = \frac{13(5-2\sqrt{3})}{5^2 - (2\sqrt{3})^2} = \frac{13(5-2\sqrt{3})}{25-3 \cdot 4} = 5-2\sqrt{3}$$

c) $\sqrt{13} - \sqrt{12}$ və $\sqrt{14} - \sqrt{13}$ ifadələrini müqayisə edək.

$$\sqrt{13} - \sqrt{12} = \frac{(\sqrt{13} - \sqrt{12})(\sqrt{13} + \sqrt{12})}{\sqrt{13} + \sqrt{12}} = \frac{(\sqrt{13})^2 - (\sqrt{12})^2}{\sqrt{13} + \sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{12} + \sqrt{13}}$$

$$\sqrt{14} - \sqrt{13} = \frac{(\sqrt{14} - \sqrt{13})(\sqrt{14} + \sqrt{13})}{\sqrt{14} + \sqrt{13}} = \frac{(\sqrt{14})^2 - (\sqrt{13})^2}{\sqrt{14} + \sqrt{13}} = \frac{1}{\sqrt{13} + \sqrt{14}}$$

$\sqrt{12} + \sqrt{13} < \sqrt{13} + \sqrt{14}$ olduğuna görə $\sqrt{13} - \sqrt{12} > \sqrt{14} - \sqrt{13}$ olur

d) İkiqat radikallar düsturu.

a, b, c – hər hansı ədədlər olduqda $\sqrt{a + b\sqrt{c}}$ şəklindəki kökə ikiqat kök və ya mürəkkəb kök deyilir.

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

$$\sqrt{7 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{7 + \sqrt{24}} = \sqrt{\frac{7 + \sqrt{7^2 - 24}}{2}} + \sqrt{\frac{7 - \sqrt{7^2 - 24}}{2}} = \sqrt{6} + \sqrt{1} = \sqrt{6} + 1$$

II üsul.

$$\sqrt{7 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(1 + \sqrt{6})^2} = |1 + \sqrt{6}| = 1 + \sqrt{6}$$

Qeyd. $m > n$ natural ədədlər olduqda

$$\begin{cases} A = m + n \\ B = m \cdot n \end{cases} \text{ olarsa,}$$

$$\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}} = \sqrt{(\sqrt{m} \pm \sqrt{n})^2} = \sqrt{m} \pm \sqrt{n} \quad \text{olur.}$$

$$\sqrt{\underset{4+3}{7} + 2\sqrt{\underset{4 \cdot 3}{12}}} = \sqrt{4} + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3 - \sqrt{8}} = \sqrt{\underset{2+1}{3} - 2\sqrt{\underset{2 \cdot 1}{2}}} = \sqrt{2} - \sqrt{1} = \sqrt{2} - 1$$

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \frac{1}{2} \sqrt{8 + 4\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \sqrt{\underset{6+2}{8} + 2\sqrt{\underset{6 \cdot 2}{12}}} = \frac{1}{2} (\sqrt{6} + \sqrt{2}) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

e) həndəsi orta

Bir neçə ədədin həndəsi ortasını tapmaq üçün həmin ədədləri bir-birinə vurub, alınmış hasildən vuruqların sayı dərəcədən kök almaq lazımdır.

Misal. a) 6 və 24 –ün həndəsi ortasını tapaq.

$$\sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{144} = 12$$

b) 3;9;27 –nin həndəsi ortasını tapaq

$$\sqrt[3]{3 \cdot 9 \cdot 27} = \sqrt[3]{27 \cdot 27} = 3 \cdot 3 = 9$$

Həndəsi və ədədi orta arasında belə münasibət var.

$$\frac{a_1 + a_2}{2} \geq \sqrt{a_1 a_2}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}$$

n-ci dərəcədən kök və onun xassələri

- n -ci qüvvəti a -ya bərabər olan ədədə a -nın n -ci dərəcədən kökü deyilir.

16-nın 4-cü dərəcədən kökü 2;-2- dir; $2^4 = 16$; $(-2)^4 = 16$

- n -ci qüvvəti a -ya bərabər olan mənfi olmayan ədədə a -nın n -ci dərəcədən hesabi kökü deyilir. $\sqrt[n]{a}$

$$\sqrt[4]{16} = 2 \qquad \sqrt[4]{-16} \text{ mənasızdır}$$

$$\sqrt[5]{32} = 2 \qquad \sqrt[4]{16} = -2 \text{ ola bilməz.}$$

- n -tək olduqda $\sqrt[n]{a}$ - nın istənilən a üçün mənası var.
- n -cüt olduqda $\sqrt[n]{a}$ - nın $a \geq 0$ üçün mənası var.

$$\sqrt[3]{-125} = -\sqrt[3]{125} = -5$$

$$\left. \begin{array}{l} n\text{- təkdirsə, } \sqrt[n]{a^n} = a \\ n\text{- cütdürsə, } \sqrt[n]{a^n} = |a| \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = 2 \\ \sqrt[3]{(-2)^3} = -2 \end{array}$$

- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

- Kökün üstünü və kökaltı ifadənin qüvvət üstünü eyni bir ədədə vursaq və ya bölsək, kökün qiyməti dəyişməz. Buna kökün əsas xassəsi deyilir.

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$$

- Kökdən kök almaq üçün köklərin üstünü bir-birinə vurmaq lazımdır.

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

- Qüvvətdən kök almaq üçün qüvvətin üstü kökün üstünə bölünür.

$$a) \sqrt[4]{m^3 \sqrt{m}} = \sqrt[4]{3 \sqrt{m^4}} = \sqrt[12]{m^4} = \sqrt[3]{m}$$

$$b) \sqrt[6]{3 \sqrt[3]{\sqrt{a}}} = \sqrt[6 \cdot 3 \cdot 2]{a} = \sqrt[36]{a}.$$

- **Bəzi mühüm düsturlar:**

$$\sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \dots} = \sqrt[n+1]{a}$$

$$\sqrt[n]{a : \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{a} : \dots} = \sqrt[n+1]{a}$$

$$\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4a}}{2}$$

$$\sqrt{a - \sqrt{a - \sqrt{a - \dots}}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4a}}{2}$$

Əgər a ədədi ardıcıl iki natural ədədin hasili isə $\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}}$ ifadəsi vuruqlardan böyüyünə, $\sqrt{a - \sqrt{a - \sqrt{a - \dots}}}$ ifadəsi vuruqlardan kiçiyinə bərabərdir.

Məsələn. $\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}} = 3$ və $\sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \dots}}} = 2$ alınacaq.

$$a) \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3} \dots}} = \sqrt[3+1]{3} = \sqrt{3}$$

$$b) \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3} \dots}} = 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{9}} \cdot 3^{\frac{1}{27}} = 3^{\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27}} = 3^{\frac{9+3+1}{27}} = 3^{\frac{13}{27}}$$

$$c) 4 \sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2} \dots}}} = 4 \cdot 2 = 8$$

$$d) 4 \sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2} \dots}}} = 4 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{8}} \cdot 2^{\frac{1}{16}} = 4 \cdot 2^{\frac{8+4+2+1}{16}} = 4 \cdot 2^{\frac{15}{16}} = 2^2 \cdot 2^{\frac{15}{16}} = 2^{2+\frac{15}{16}} = 2^{\frac{47}{16}}$$

$$e) 4 \cdot \sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2} \dots}}} = 4 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{8}} \cdot 2^{\frac{1}{16}} \cdot \dots = 4 \cdot 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots} =$$

$$= 4 \cdot 2^{\frac{b_1}{1-q}} = 4 \cdot 2^{\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}} = 4 \cdot 2^{\frac{1}{\frac{1}{2}}} = 4 \cdot 2^1 = 4 \cdot 2 = 8$$

$$\text{Misal. } \left(\sqrt{3 \sqrt{2 \sqrt{3 \sqrt{2} \dots}}} \right)^3 - \left(\sqrt{2 \sqrt{3 \sqrt{2 \sqrt{3} \dots}}} \right)^3 = ?$$

Həlli

a) $\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{2}\dots}}} = m$ əvəzləməsi edək. Hər iki tərəfi kvadrata yüksəldək.

$$m^2 = 3\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{2}\dots}} \Rightarrow m^4 = 9 \cdot 2\sqrt{3\sqrt{2}\dots} \Rightarrow m^4 = 18\sqrt{3\sqrt{2}\dots} \\ \Rightarrow m^4 = 18m \Rightarrow m^3 = 18$$

b) $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{3}\dots}}} = n$ əvəzləməsi edək. Hər iki tərəfi kvadrata yüksəldək.

$$n^2 = 2\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{3}\dots}} \Rightarrow n^4 = 4 \cdot 3\sqrt{2\sqrt{3}\dots} \Rightarrow n^4 = 12\sqrt{2\sqrt{3}\dots} \\ \Rightarrow n^4 = 12n \Rightarrow n^3 = 12$$

Onda

$$\left(\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{2}\dots}}}\right)^3 - \left(\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{3}\dots}}}\right)^3 = m^3 - n^3 = 18 - 12 = 6$$

● Köklü ifadələrin qoşması

ifadə	Qoşması	Hasili
$\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$	A
$\sqrt[n]{a^m}$	$\sqrt[n]{a^{n-m}}$	a
$\sqrt{a} - \sqrt{b}$	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$a-b$
$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a} - \sqrt{b}$	$a-b$
$\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$	$\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$	$a+b$
$\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$	$\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$	$a-b$

Kəsr üstlü qüvvət

● a müsbət ədəd, $\frac{m}{n}$ kəsr ədəddirsə ($m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$), onda

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

ifadəsi rasional üstlü qüvvət adlanır.

$$5^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{5^2}$$

$$3^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

- Mənfi ədədin kəsr üstlü qüvvətinə baxılmır.

$$(-8)^{\frac{1}{3}} \quad (-2)^{\frac{3}{4}} \quad (-2)^{-\frac{1}{3}} \text{ mənası yoxdur.}$$

- $0^{-\frac{2}{3}}; 0^{-\frac{1}{4}}; 0^0$ və s. yəni 0-in mənfi və sıfır qüvvəti mənasızdır.

- $0^{\frac{1}{4}} = 0 \quad 0^{\frac{1}{7}} = 0$

Kəsr üstlü qüvvət anlayışı natural üstlü qüvvətin bütün xassələrini ödəyir.

$$a) \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^2} = a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{2}{5}} = a^{\frac{3}{4} + \frac{2}{5}} = a^{\frac{23}{20}} = \sqrt[20]{a^{23}} = \sqrt[20]{a^{20} a^3} = a^{\frac{20}{20}} \sqrt[20]{a^3}$$

$$b) \sqrt[5]{x^4 \sqrt{x^3} \sqrt{x}} = \left[x \left(x^3 \cdot x^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{4}} \right]^{\frac{1}{5}} = \left[x \left(x^{3 + \frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{4}} \right]^{\frac{1}{5}} = \left[x \cdot x^{\frac{7 \cdot 1}{2 \cdot 4}} \right]^{\frac{1}{5}} = \left(x^{1 + \frac{7}{8}} \right)^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{15}{8} \cdot \frac{1}{5}} = x^{\frac{3}{8}}$$

$$ç) (a+3)^{-\frac{3}{5}} \text{ və } (2x-5)^{\frac{1}{3}} \text{ ifadələrində dəyişənin mümkün qiymətlərini tapın.}$$

Həlli

$$a) (a+3)^{-\frac{3}{5}} \text{ ifadəsində qüvvət üstü mənfi rasional ədəd olduğu üçün}$$

$$a+3 > 0 \Rightarrow a > -3 \Rightarrow (-3; +\infty)$$

$$b) (2x-5)^{\frac{1}{3}} \text{ ifadəsi üçün}$$

$$2x-5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2,5$$

Bərabərsizliyi həll edin.

$$\bullet \sqrt[3]{x} < 2$$

bu bərabərsizlik x - in istənilən qiymətində təyin olunmuşdur. Hər iki tərəfi kuba yüksəltsək,

$$x < 2^3 \Rightarrow x < 8$$

Cavab $(-\infty; 8)$ olur.

- b) $x^{\frac{1}{3}} < 2$ bu bərabərsizlikdə $x^{\frac{1}{3}}$ ifadəsi, yalnız $x \geq 0$ olduqda təyin olunduğundan ,

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x < 2^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 8 \end{cases} \Rightarrow [0; 8)$$

Rasional üstlü qüvvətlərin müqayisəsi

- 1. $a > 0, b > 0, n \in Q$ və $a < b$ isə

$$n > 0 \text{ olduqda } a^n < b^n$$

$$n < 0 \text{ olduqda } a^n > b^n.$$

Başqa sözlə; Əsas müsbət ədəd, üstlər eynidirsə:

1. üst müsbət olsa, əsası kiçik olan kiçikdir.

2. üst mənfi olsa, əsası kiçik olan böyükdür.

Misal. a) $5^4 < 9^4$, çünki $5 < 9$ və $4 > 0$

b) $8^{\frac{1}{2}} < 19^{\frac{1}{2}}$, çünki $8 < 19$ və $\frac{1}{2} > 0$

ç) $4^{-\frac{2}{3}} > 5^{-\frac{2}{3}}$, çünki $4 < 5$ və $-\frac{2}{3} < 0$

d) $0,4^{\frac{3}{5}} < 0,9^{\frac{3}{5}}$, çünki $\frac{3}{5} > 0$ və $0,4 < 0,9$

e) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-5} < \left(\frac{2}{9}\right)^{-5}$, çünki $\frac{2}{7} > \frac{2}{9}$ və $-5 < 0$

● $m, n \in \mathbb{Q}$; $n > m$ olarsa,

$a > 1$ olduqda $a^n > a^m$

$0 < a < 1$ olduqda $a^n < a^m$

Başqa sözlə; Əsaslar bərabər olduqda:

1. Əsas 1-dən böyükdürsə, üstü çox olan böyükdür

2. Əsas $(0;1)$ arasındadırsa, üstü çox olan kiçikdir.

● $a^n = a^m$ olarsa, deməli, $n = m$

Misal. a) $7^{\frac{5}{9}} > 7^{\frac{4}{9}}$, çünki, $7 > 1$ və $\frac{5}{9} > \frac{4}{9}$

b) $0,7^{\frac{5}{9}} < 0,7^{\frac{4}{9}}$ çünki, $0 < 0,7 < 1$ və $\frac{5}{9} > \frac{4}{9}$

ç) $a = 3^{\frac{1}{2}}$, $b = 4^{\frac{1}{3}}$, $c = 5^{\frac{1}{4}}$ ədədlərini müqayisə edin.

Bunun üçün bu müsbət ifadələrin hamısını 12-ci dərəcədən qüvvətə yüksəldib, qiymətlərini müqayisə edək.

$$a^{12} = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{12} = 3^6 = 729$$

$$b^{12} = \left(4^{\frac{1}{3}}\right)^{12} = 4^4 = 256$$

$$c^{12} = \left(5^{\frac{1}{4}}\right)^{12} = 5^3 = 125$$

olduğundan, $a^{12} > b^{12} > c^{12} \Rightarrow a > b > c$

Həqiqi üstlü qüvvət

● $a \in R$ və $n \in R$ olduqda a^n ədədinə a -nın n -ci dərəcədən həqiqi üstlü qüvvəti deyilir və a^n kimi yazılır.

$4^{\sqrt{2}}; 5^{\sqrt{7}}$ və s. irrasional üstlü qüvvətdir.

Natural üstlü qüvvətə aid olan xassələr burada da doğrudur.

Müqayisəsi:

● $0 < a < b, n, m \in R$ isə

1. $n > 0$ olarsa, $a^n < b^n$

2. $a > 1, n, m \in R$ və $n < m$ olarsa $a^n < a^m$

$0 < a < 1$ olduqda $a^n > a^m$ olur.

Müqayisə edək.

a) $5^{\sqrt{6}} < 7^{\sqrt{6}}$, çünki $5 < 7$

b) $25^{\sqrt{3}} > 25^{-\sqrt{3}}$, çünki $25^{\sqrt{3}} = \frac{1}{25^{-\sqrt{3}}}$ və $25 > \frac{1}{25}$

ç) $2^{-\sqrt{31}} > 29^{-\sqrt{31}}$, çünki $2^{-\sqrt{31}} = \frac{1}{2^{\sqrt{31}}}$, $29^{-\sqrt{31}} = \frac{1}{29^{\sqrt{31}}}$ və $\frac{1}{2} > \frac{1}{29}$

d) $0,1^{\sqrt{5}} > 0,1^4$, çünki $\sqrt{5} < 4$

Kvadrat tənliklər.

$ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ şəklində olan tənliyə kvadrat tənlik deyilir, a, b, c - hər hansı ədəd, x - isə dəyişəndir.

a –ya birinci əmsal, b -yə ikinci əmsal, c -yə sərbəst hədd deyilir.

● $a = 1$ olarsa, belə tənliyə çevrilmiş kvadrat tənlik deyilir.

● Əgər b, c əmsallarından heç olmasa biri sıfıra bərabər olarsa, belə tənliyə natamam kvadrat tənlik deyilir və 3 cür olur.

1. $c = 0$ olarsa, $ax^2 + bx = 0$

2. $b = 0$ olarsa, $ax^2 + c = 0$

3. $b = 0, c = 0$ olarsa, $ax^2 = 0$

Natamam kvadrat tənlikləri vuruqlara ayırma yolu ilə həll etmək daha əlverişlidir.

a) $2x^2 - 4x = 0$

$$2x(x - 2) = 0$$

$$2x = 0 \quad x - 2 = 0$$

$$x = 0 \quad x = 2$$

b) $2x^2 - 32 = 0$

$$2x^2 = 32$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

c) $2x^2 + 32 = 0$

$$2x^2 = -32$$

$$x^2 = -16$$

$$\emptyset$$

Kvadrat tənliyin kökləri düsturu

Kvadrat tənliyi həll etmək üçün, əvvəlcə onun diskriminantını tapmaq lazımdır. Bu sözün mənası ayırdedici deməkdir.

$$D = b^2 - 4ac$$

1. $D < 0$ olarsa, tənliyin kökü yoxdur.
2. $D = 0$ olarsa, tənliyin bir kökü var və belə tapılır.

$$x = -\frac{b}{2a}$$

3. $D > 0$ olarsa, tənliyin iki kökü var və belə tapılır.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

b əmsalı cüt ədəd olarsa, başqa düsturdan istifadə etmək əlverişlidir.

$$D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac; \quad x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

Misallar.

a) $x^2 - 2x + 30 = 0$

b) $x^2 - 6x + 9 = 0$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 4 - 120 < 0$$

$$D = 36 - 36 = 0$$

$D < 0$ olduğu üçün tənliyin

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = 3$$

kökü yoxdur, $\emptyset$

ç) $x^2 - x - 12 = 0$

d) $x^2 - 10x + 24 = 0$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49$$

$$D_1 = \left(\frac{-10}{2}\right)^2 - 1 \cdot 24 = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 7}{2}$$

$$x = \frac{-\frac{-10}{2} \pm \sqrt{1}}{1} = \frac{5 \pm 1}{1}$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = -3$$

$$x_1 = 6, \quad x_2 = 4$$

Kvadrat üçhədlidən tam kvadrat ayırma

$ax^2 + bx + c$ ifadəsinə kvadrat üçhədlidən deyilir, burada a, b, c – hər hansı ədəddir.

Kvadrat üçhədlidən tam kvadrat ayırmaq üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur.

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

Misal. a) $x^2 - 6x + 12 = \left(x + \frac{-6}{2 \cdot 1}\right)^2 - \frac{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}{4 \cdot 1} = (x-3)^2 - \frac{36-48}{4} = (x-3)^2 + 3$

b) $x^2 - 10x + 25 = \left(x + \frac{-10}{2 \cdot 1}\right)^2 - \frac{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}{4 \cdot 1} = (x-5)^2 - 0 = (x-5)^2$

Kvadrat üçhədlinin ən böyük və ən kiçik qiyməti

1) $a > 0$ olarsa, üçhədli ən kiçik qiymət alır

$$n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

2) $a < 0$ olarsa, üçhədli ən böyük qiymət alır

$$n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

3) Üçhədlinin nə vaxt ən böyük və ya ən kiçik qiymət aldığını tapmaq üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur

$$m = -\frac{b}{2a}$$

4) $y = ax^2 + bx + c$ üçhədlisinin qiymətlər oblastı

$$a+ \text{ dirse, } [n; +\infty)$$

$$a- \text{ dirse, } (-\infty; n] \text{ olur.}$$

burada $n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$.

5) $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ - nin qiymətlər oblastı

$$a+ \text{ dirse, } [\sqrt{n}; +\infty)$$

$$a- \text{ dirse, } [0; \sqrt{n}] \text{ olur.}$$

Misal. $y = 2x^2 + 5x + 3$ verilib.

a müsbətdir, deməli

$$\Theta KQ = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}{4 \cdot 2} = -\frac{25 - 24}{8} = -\frac{1}{8}$$

• ən kiçik qiymət $-\frac{1}{8}$ dir

• ən böyük qiymət yoxdur

• üçhədlinin qiymətlər oblastı $\left[-\frac{1}{8}; +\infty\right)$ - dır

• üçhədli $m = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2 \cdot 2} = -\frac{5}{4}$ olduqda ən kiçik qiymət alır.

Kvadrat üçhədlinin vuruqlara ayrılması.

Kvadrat üçhədlini vuruqlara ayırmaq üçün onun kökünü tapmaq lazımdır. Kökü tapmaq üçün sifıra bərabər edib həll edirlər.

- $D < 0$ olsa, üçhədlinin kökü yoxdur, ona görə də vuruqlara ayırmaq olmaz.
- $D > 0$ olsa, 2 kök var, bu zaman aşağıdakı kimi vuruqlara ayrılır.

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- $D = 0$ olsa, üçhədlinin bir kökü var, bu zaman

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$$

Misal. Kəsri ixtisar edin

$$\frac{3x+2}{3x^2-13x-10} = \frac{3x+2}{3(x-5)\left(x+\frac{2}{3}\right)} = \frac{3x+2}{(x-5)(3x+2)} = \frac{1}{x-5}$$

$$3x^2 - 13x - 10 = 0$$

$$D = 169 + 120 = 289$$

$$x = \frac{13 \pm 17}{6} \quad x_1 = 5; \quad x_2 = -\frac{2}{3}$$

Misal. a parametrinin hansı qiymətlərində $ax^2 + 4x + 4 = 0$ tənliyinin iki müxtəlif kökü var.

Həlli.

$$D = 16 - 16a$$

Kvadrat tənliyin tərifinə görə $a \neq 0$ olur.

$$\begin{cases} 16 - 16a > 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -16a > -16 \\ a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 1 \\ a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow (-\infty; 0) \cup (0; 1)$$

Viyet teoremi

- $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin köklərinin cəmi $-\frac{b}{a}$ -ya, hasilı isə $\frac{c}{a}$ -ya bərabərdir.

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 &= \frac{c}{a} \end{aligned} \right\}$$

- Çevrilmiş kvadrat tənlikdə isə $a = 1$ olduğu üçün

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 \cdot x_2 = c \end{cases}$$

Misal $x^2 - 2x - 15 = 0$; $D = 4 + 60 = 64 > 0$

Deməli, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-2}{1} = 2$; $x_1 x_2 = -15$

- Elə bir kvadrat tənlik yazın ki, kökləri 3 və -2 olsun.

Həlli.

$3 + (-2) = 1$; $3 \cdot (-2) = -6$. Onda $x^2 - x + 6 = 0$ alarıq.

- $3x^2 + 5x + 1 = 0$ tənliyinin köklərinin kvadratları cəmini tapın.

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \left(-\frac{5}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{25}{9} - \frac{2}{3} = \frac{19}{9}$$

- Qeyd 1. $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{D}}{a}$ bərabərliyi doğrudur.

• Qeyd 2. Əgər $ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dirsə, ($x_1 \neq 0$, $x_2 \neq 0$) onda $\frac{1}{x_1}$ və $\frac{1}{x_2}$ ədədləri $cx^2 + bx + a = 0$ kvadrat tənliyinin kökləri olur.

- Qeyd 3. Kökləri x_1 və x_2 olan kvadrat tənliyi aşağıdakı kimi qurmaq olar.

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

• Qeyd 4. x_1 və x_2 ədədləri $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin köküdürsə, onda bu üçhəddli $a(x - x_1)(x - x_2)$ kimi vuruqlara ayırmaq olar.

Kvadrat tənliyin köklərinin əmsallara görə araşdırılması

- $x_1 \cdot x_2 > 0$ olarsa, köklər eyni işarəlidir, bu zaman

$$x_1 + x_2 > 0 \text{ olsa, köklər müsbətdir}$$

$$x_1 + x_2 < 0 \text{ olsa, hər iki kök mənfidir.}$$

- $x_1 \cdot x_2 < 0$ olarsa, köklər müxtəlif işarəlidir.
- $x_1 + x_2 = 0$ olarsa, hər iki kök mütləq qiymətə bir-birinə bərabərdir.
- $x_1 \cdot x_2 = 0$ olarsa, köklərdən biri sıfırdır.

a) $x^2 - 2x - 15 = 0$ tənliyinə baxaq.

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{15}{1} = -15 < 0. \text{ Ona görə də, köklər müxtəlif işarəlidir.}$$

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 6 > 0 \text{ köklər eyni işarəlidir.}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5 > 0 \text{ olduğu üçün hər iki kök müsbətdir.}$$

Misal. a –nın hansı qiymətlərində $ax^2 + 4x + 4 = 0$ kvadrat tənliyinin iki müxtəlif həqiqi kökü var?

Həlli

$D = b^2 - 4ac = 16 - 16a$. Şərtə görə $D > 0$ və $a \neq 0$, çünki kvadrat tənliyin tərifinə görə $a \neq 0$ olmalıdır.

$$\begin{cases} 16 - 16a > 0 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -16a > -16 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 1 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

Cavab: $(-\infty; 0) \cup (0; 1)$

Rasional tənliklər

Sağ və sol tərəflərində rasional ifadələr olan tənliyə rasional tənlik deyilir. Rasional tənlikləri həll etmək üçün

1. tənliyə ortaq məxrəc tapmaq
2. tənliyin hər iki tərəfini bu ortaq məxrəcə vurmaq
3. alınmış tənliyi həll etmək
4. ortaq məxrəci sıfıra çevirən kökləri kənar kök olduğu üçün atmaq lazımdır.

$$\frac{7y-3}{y-y^2} = \frac{1}{y-1} - \frac{5}{y(y-1)}$$

$$\frac{7y-3}{y(1-y)} = \frac{1}{y-1} - \frac{5}{y(y-1)}$$

$$-\frac{7y-3}{y(y-1)} = \frac{1}{y-1} - \frac{5}{y(y-1)}$$

Ortaq məxrəc $y(y-1)$ -dir.

$$-(7y-3) = y-5$$

$$-7y+3 = y-5$$

$$-8y = -8$$

$$y = 1$$

1 isə kənar kökdür. Ona görə də tənliyin kökü yoxdur.

Dəyişəni modul daxilində olan tənliklər

Tənliyi həll edin:

$$|6x - 5| = |3x + 1| + 2x$$

Əvvəlcə, modul ifadələri sıfıra çevirən ədədlər tapılır.

$$6x - 5 = 0$$

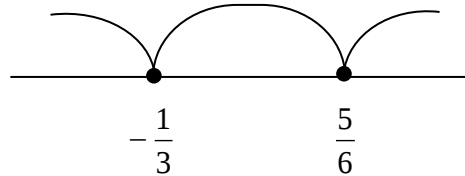
$$3x + 1 = 0$$

$$6x = 5$$

$$3x = -1$$

$$x = \frac{5}{6}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$



Bundan sonra ədəd oxunu intervallara

ayırır, tənliyi həll edək.

1. Əvvəlcə $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$ aralığına baxaq. Bu aralıqdan qiymət götürüb işarələri təyin edək.

$$(6x - 5) = -$$

$$(3x + 1) = -$$

$$-(6x - 5) = -(3x + 1) + 2x$$

$$-6x + 5 = -3x - 1 + 2x$$

$$-6x + 3x - 2x = -1 - 5$$

$$-5x = -6$$

$x = \frac{6}{5}$; $\frac{6}{5} \notin \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. Ona görə də bu aralıqda tənliyin kökü yoxdur.

2. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$ aralığına baxaq. Bu aralıqdan qiymət götürüb işarələri təyin edək.

$$(6x - 5) = -$$

$$(3x + 1) = +$$

$$-(6x - 5) = 3x + 1 + 2x$$

$$-6x + 5 = 3x + 1 + 2x$$

$$-11x = -4$$

$x = \frac{4}{11}$, $\frac{4}{11} \in \left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$ ona görə də $x_1 = \frac{4}{11}$ olur.

3. $\left(\frac{5}{6}; +\infty\right)$ aralığına baxaq. Bu aralıqdan qiymət götürüb işarələri təyin edək.

$$(6x - 5) = +$$

$$(3x + 1) = +$$

$$6x - 5 = 3x + 1 + 2x$$

$$6x - 3x - 2x = 1 + 5$$

$$x = 6$$

$$6 \in \left(\frac{5}{6}; +\infty\right). \text{ Ona görə də } x_2 = 6$$

$$\text{Cavab: } \frac{4}{11} \text{ və ya } 6$$

Qeyd. Modul tənlikləri həll etdikdən sonra alınan kökləri yerinə qoyub yoxlamaq lazımdır, çünki bəzi köklər verilmiş modul tənliyi ödəməyə bilər.

Tam tənliklər

Tənliyin sağ və sol tərəfləri tam ifadələr alarsa, belə tənliyə tam tənlik deyilir, başqa sözlə, tənlikdə məchula bölmə əməli olmazsa, ona tam tənlik deyilir.

Tənlikdə məchula bölmə əməli olarsa, ona kəsir tənlik deyilir. Tənliyin dərəcəsini tapmaq üçün onun bütün hədlərini sol tərəfə keçirib, sıfıra bərabər edirik. Sol tərəfdəki çoxhədlidə oxşar hədləri islah edirik və çoxhədlinin dərəcəsini tapırıq. Bu çoxhədlinin dərəcəsi həmin tənliyin dərəcəsi qəbul edilir.

Tənliyin dərəcəsi neçədirsə, həmin tənliyin bu dərəcədən çox kökü ola bilməz.

Tam əmsallı tənliyin tam kökləri sərbəst həddin bölənidir. Tam əmsallı tənlikdə yüksəkdərəcəli həddin əmsalı vahid olduqda, həmin tənliyin rəasional kökləri ancaq tam ədədlər olur.

● n dərəcəli tənliyin kökləri cəmi $-\frac{b}{a}$ -ya, hasilı isə $(-1)^n \cdot \frac{\text{сярбяст пядд}}{a}$ -ya bərabərdir.

$$5x^{14} - 4x^{13} + 3x^2 - 10 = 0$$

tənliyi üçün

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{14} = -\frac{-4}{5} = \frac{4}{5}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{14} = (-1)^{14} \cdot \frac{-10}{5} = 1 \cdot (-2) = -2$$

Kvadrat tənliyə gətirilən tənliklər

Yeni dəyişən daxil etməklə bir sıra tənlikləri kvadrat tənliklərə gətirmək mümkündür.

● $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ şəklində olan tənliklər $x^n = y$ əvəzləməsi ilə $ay^2 + by + c = 0$ kvadrat tənliyinə gətirilir.

$n = 1$ olsa, $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ tənliyi $ax^2 + bx + c = 0$ olur.

$n = 2$ olsa, $ax^4 + bx^2 + c = 0$ alınır.

$ax^4 + bx^2 + c = 0$ şəklində olan tənliyə bikvadrat tənliklər deyilir. Bikvadrat tənliyin köklərinin cəmi və hasilini aşağıdakı kimidir.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = \frac{c}{a}$$

Misal. $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$ tənliyini həll edək.

$$9(x^2)^2 - 10x^2 + 1 = 0, \text{ burada, } x^2 = t \text{ qəbul edək}$$

$$9t^2 - 10t + 1 = 0$$

$$D_1 = 25 - 9 = 16$$

$$t_1 = 1 \quad t_2 = \frac{1}{9} \quad \text{əvəzləmədə nəzərə alsaq}$$

$$x^2 = 1 \quad \text{və ya} \quad x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x_1 = 1 \quad x_3 = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = -1 \quad x_4 = -\frac{1}{3}$$

- $(x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) + 24 = 0$ tipli tənliklər də əvəzləmə ilə kvadrat tənliyə gətirilir.

$$x^2 + 2x = t \text{ olsun.}$$

Onda

$$t^2 - 11t + 24 = 0$$

$$D = 121 - 96 = 25$$

$$t_1 = 8 \quad t_2 = 3$$

Onda, t-nin alınmış qiymətlərini əvəzləmədə yerinə yazsaq,

$$x^2 + 2x = 8 \quad \text{və ya} \quad x^2 + 2x = 3$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \quad x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = -4; x_2 = 2 \quad x_3 = -3; x_4 = -1$$

Cavab: (-4;2;-3;-1)

- $(x-2)^2 - 8|x-2| + 15 = 0$ tənliyini həll edək.

$$(x-2)^2 = |x-2|^2 \quad \text{olduğundan}$$

$$|x-2|^2 - 8|x-2| + 15 = 0 \quad \text{alınır. } |x-2| = t \quad \text{əvəzləməsi qəbul edək:}$$

$$t^2 - 8t + 15 = 0$$

$$t_1 = 3 \quad t_2 = 5$$

Əvəzləmələrdə yazaq

$$|x-2|=3 \quad \text{və ya} \quad |x-2|=5$$

Cavab: $\{-3; -1; 5; 7\}$

● $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)=e$ şəklində tənliklərin həlli üçün $a+c=b+d$;
 $a+b=c+d$; $a+d=b+c$ şərtlərindən biri ödənməlidir.

$$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=3$$

$1+4=2+3$ olduğundan 1-ci , 4-cü vuruqları bir; 2 və 3-cü vuruqları bir qruplaşdırmaq.

$$(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)=3$$

$$(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)=3$$

$$x^2+5x+4=t \quad \text{qəbul edək}$$

$$t(t+2)=3$$

$$t^2+2t-3=0 \quad t_1=-3 \quad t_2=1$$

Onda

$$x^2+5x+4=-3 \quad \text{və} \quad x^2+5x+4=1 \quad \text{tənliklərinin həlli cavab olur.}$$

● $ax^4+bx^3+cx^2+dx+l=0$ (burada $a \neq 0$) tənliyində kənarlardan eyni uzaqlıqda olan əmsallar arasında

$$d=\lambda b \quad \text{və} \quad l=\lambda^2 a$$

münasibətləri ödənərsə, belə tənliyə qayıtma tənlik deyilir.

Misal. $x^4-10x^3+26x^2-10x+1=0$ tənliyini həll edək.

Hər tərəfi x^2 - na bölək

$$x^2-10x+26-\frac{10}{x}+\frac{1}{x^2}=0$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}-10x-\frac{10}{x}+26=0$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2-10\left(x+\frac{1}{x}\right)+26=0$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-10\left(x+\frac{1}{x}\right)+24=0,$$

burada $x+\frac{1}{x}=t$ olsun. Onda

$$t^2-10t+24=0$$

$t_1=6 \quad t_2=4$. Alınmış qiymətləri əvəzləmədə yerinə yazsaq

$$x + \frac{1}{x} = 6 \quad \text{və ya} \quad x + \frac{1}{x} = 4$$

$$x^2 - 6x + 1 = 0 \quad x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x = 3 \pm 2\sqrt{2} \quad x = 2 \pm \sqrt{3}$$

Qayıtma tənlikdə kənarlardan eyni uzaqlıqda olan hədlərin əmsalları uyğun olaraq bərabərdirsə, belə tənliklərə simmetrik tənliklər deyilir.

Kənarlardan eyni uzaqlıqda olan cüt dərəcəli hədlərin əmsalları bərabər, tək dərəcəli hədlərin əmsalları isə mütləq qiymətcə bərabər olub, işarəcə əks olarsa, belə tənliklərə çəp simmetrik tənliklər deyilir.

$$x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 6x + 1 = 0$$

$$x^2 - 6x + 6 + \frac{6}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 6x + \frac{6}{x} + 6 = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 - 6\left(x - \frac{1}{x}\right) + 6 = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 - 6\left(x - \frac{1}{x}\right) + 8 = 0 \quad x - \frac{1}{x} = t \quad \text{olsun}$$

$$t^2 - 6t + 8 = 0$$

$$t_1 = 4 \quad t_2 = 2$$

$$x - \frac{1}{x} = 4 \quad x - \frac{1}{x} = 2$$

$$x^2 - 4x - 1 = 0 \quad x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{5} \quad x_{3,4} = 1 \pm \sqrt{2}$$

İrrasional tənliklər

Dəyişəni həm də kök işarəsi altında olan cəbri tənliklərə irrasional tənliklər deyilir.

İrrasional tənliklərin əsas həll üsulları aşağıdakılardır:

1. Hər iki tərəfi eyni dərəcədən qüvvətə yüksəltmək üsulu
2. Yeni dəyişən daxil etmək üsulu

Bəzi hallarda irrasional tənlikləri həll etmək üçün süni üsullar da tətbiq edilir. İrrasional tənlikləri birinci üsulla həll edərkən ya elə etmək lazımdır ki, hər sonrakı mərhələdə alınan tənlik əvvəlki ilə eynigüclü olsun, ya da heç bir məhdudiyyət qoymadan verilmiş tənliyi həll edib alınan kökləri yoxlamaq lazımdır.

$$a) \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 3$$

$$5 + \sqrt{x-1} = 9$$

$$\sqrt{x-1} = 4$$

$$x-1=16$$

$$x=17$$

$$b) \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[6]{x} = 3, \text{ burada } \sqrt[6]{x} = t \text{ olsun. Onda}$$

$$t^2 + 2t - 3 = 0 \quad \text{alırıq ki, } \sqrt[3]{x} = t^2$$

$$D = 4 + 12 = 16$$

$$t_1 = -3; t_2 = 1 \Rightarrow \sqrt[6]{x} = -3 \quad \text{və ya } \sqrt[6]{x} = 1$$

$$\emptyset$$

$$x = 1$$

$$c) \begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 1 \\ xy = 8 \end{cases} \quad \begin{matrix} \sqrt[3]{x} = t \Rightarrow x = t^3 \\ \sqrt[3]{y} = z \Rightarrow y = z^3 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} t - z = 1 \\ t^3 z^3 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t - z = 1 \\ (tz)^3 = 2^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t - z = 1 \\ tz = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -2 \\ t_1 = -1 \end{cases} \quad \text{və ya} \quad \begin{cases} z_2 = 1 \\ t_2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{Onda } \begin{cases} x = -1 \\ y = -8 \end{cases} \text{ və ya } \begin{cases} x = 8 \\ y = 1 \end{cases} \text{ alınır. Cavab: } (-1; -8); (8; 1)$$

$$d) \sqrt{x+2} = \sqrt[3]{3x+2}$$

6-cı dərəcədən

qüvvətə yüksəldək

$$(x+2)^3 = (3x+2)^2$$

$$(x+1)(x-2)^2 = 0$$

$$x_1 = -1 \quad \text{ödəmir}$$

$$x_2 = 2$$

$$e) x^2 - \sqrt{x^2 + 5} - 1 = 0$$

$$x^2 - \sqrt{x^2 + 5} + 5 - 6 = 0$$

$$x^2 + 5 - \sqrt{x^2 + 5} - 6 = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 5} = t \quad \text{olsun}$$

$$t^2 - t - 6 = 0 \quad t_1 = 3; t_2 = -2$$

$$\sqrt{x^2 + 5} = -2$$

$$\sqrt{x^2 + 5} = 3$$

$$\emptyset$$

$$x^2 + 5 = 9$$

$$x = \pm 2$$

hər ikisi ödəyir. Cavab: ± 2

İkidəyişənli xətti tənliklər

$ax + by = c$ şəklində olan tənliyə ikidəyişənli xətti tənlik deyilir. a, b, c – hər hansı ədəd; x və y isə dəyişənlərdir. Hər bir ikidəyişənli xətti tənlik xətti funksiyanı ifadə edir.

$$ax + by = c \Rightarrow by = -ax + c \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$$

Misal. $-2x + y = 3$ tənliyini həll edək. Bunun üçün verilmiş tənlikdən y -i tapaq:

$$y = 2x + 3$$

$$x = 1 \text{ olsa } y = 2 \cdot 1 + 3 = 2 + 3 = 5$$

$$x = 2 \text{ olsa } y = 2 \cdot 2 + 3 = 4 + 3 = 7$$

$$x = 3 \text{ olsa } y = 2 \cdot 3 + 3 = 6 + 3 = 9$$

(1;5), (2;7), (3;9) və s. ədədlər cütü bu tənliyin həllidir.

- İkidəyişənli xətti tənliyin sonsuz sayda həlli var.
- İkidəyişənli xətti tənliyin qrafiki düz xətdir.

İkidəyişənli xətti tənliklər sistemi

İki və ya bir neçə tənliyin ortaq həllini tapmaq tələb olunarsa, bu sistem tənlik adlanır.

Sistemi həll etmək üçün aşağıdakı üsullardan istifadə edilir.

1. əvəzetmə üsulu
2. toplama üsulu
3. qrafik üsulu

1. Əvəzetmə üsulu

Bunun üçün

1. tənliklərin birindən məchulun birini tapmaq
2. bunu o biri tənlikdə yerinə yazmaq
3. alınmış tənliyi həll edib, məchulu tapmaq
4. məchulun qiymətini əvəzləmədə yazıb, o biri məchulu tapmaq

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases} \Rightarrow -y = -x + 1 \Rightarrow y = x - 1$$

$$2x + 5(x - 1) = 9$$

$$2x + 5x - 5 = 9$$

$$7x = 14$$

$$x = 2 \quad y = x - 1 = 2 - 1 = 1 \quad \text{Cavab (2;1)}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x - 5y = -6 \end{cases} \Rightarrow 2x = 8 - 3y \Rightarrow x = \frac{8 - 3y}{2}$$

$$4 \cdot \frac{8 - 3y}{2} - 5y = -6$$

$$2(8 - 3y) - 5y = -6$$

$$16 - 6y - 5y = -6 \quad x = \frac{8 - 3y}{2} = \frac{8 - 3 \cdot 2}{2} = \frac{8 - 6}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$-11y = -22 \quad y = 2 \quad \text{Cavab (1;2)}$$

2. Toplama üsulu

1. Elə etmək lazımdır ki, məchullardan birinin əmsalı qiymətə bərabər, işarəyə əks olsun.

2. Tənlikləri tərəf-tərəfə toplayıb, həll edərək, məchulu tapmaq.

3. Məchulun tapılmış qiymətini ilk tənlikdə yerinə yazıb o biri məchulu tapırıq.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases} \begin{vmatrix} -2 \\ -2 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = -2 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7y = 7 \\ y = 1 \end{cases} \begin{cases} x - 1 = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Cavab: (2;1)

3. Qrafik üsul.

Bu üsulla sistem tənliyi həll etmək üçün tənliklərin hər birindən y-i tapırıq və funksiyaların qrafiklərini qururuq.

- Qrafiklər kəsişirsə, sistemin yeganə həlli var. Bu həll düz xətlərin kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarıdır.

- Qrafiklər kəsişmirsə sistemin həlli yoxdur.

● Əmsallar vasitəsilə həllərin araşdırılması.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ sistemində}$$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ olarsa sistemin sonsuz sayda həlli var, çünki düz xətlər üst-üstə düşür.

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ olarsa, sistemin yeganə həlli var, düz xətlər kəsişir.

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ olarsa, həlli yoxdur, düz xətlər paralel olur.

Misal. a) m –in hansı qiymətində $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x + my = 10 \end{cases}$ sisteminin yeganə həlli var?

$\frac{2}{4} \neq \frac{-1}{m}$ olmalıdır. Onda $2m \neq -4 \Rightarrow m \neq -2$

b) b -nin hansı qiymətində $\begin{cases} 5x + by = 7 \\ 10x + 6y = 14 \end{cases}$ sisteminin sonsuz sayda həlli var?

$\frac{5}{10} = \frac{b}{6} = \frac{7}{14}$ olmalıdır, buradan $10b = 30 \Rightarrow b = 3$ alınır.

Bərabərsizliklər

Bir-birinə $<, >, \leq, \geq$ işarələri ilə bağlı olan ifadələrə bərabərsizlik deyilir. Əgər bərabərsizlikdə $<, >$ işarələri olarsa, ona ciddi, $\leq, \geq$ işarələri olarsa, belə bərabərsizliklərə ciddi olmayan bərabərsizlik deyilir.

- Əgər $a - b$ fərqi müsbətdirsə, $a > b$
- Əgər $a - b$ fərqi mənfidirsə, $a < b$
- Əgər $a - b$ fərqi sıfırdırsa, $a = b$
- Əgər $a > b$, $c > d$ (və ya $a < b$, $c < d$) verilibsə, belə bərabərsizliklərə eyni mənalı bərabərsizliklər deyilir. $15 > 12$ və $-3 > -5$.

• $a > b$ və $c < d$ kimi bərabərsizliklərə əks mənalı bərabərsizliklər deyilir. $0 > -2$ və $3 < 5$ əks mənalıdır.

- $a < x < b$ kimi bərabərsizliklərə ikiqat bərabərsizliklər deyilir.

Bərabərsizliklərin xassələri

1. $a < b$ olarsa, onda $b > a$
2. $a < b$, $b < c$ olarsa, onda $a < c$ olar.
3. Bərabərsizliyin hər iki tərəfinə eyni bir ədədi əlavə etmək və ya çıxmaq olar
$$5 < 12 \qquad 5 + 3 < 12 + 3 \qquad 8 < 15$$
4. Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir müsbət ədədə vurmaq və ya bölmək olar.
5. Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir mənfə ədədə vurmaq və bölmək olar, ancaq bu zaman bərabərsizliyin işarəsini əksinə dəyişmək lazımdır.
$$10 < 50 \qquad 10 \cdot (-3) > 50 \cdot (-3) \qquad -30 > -150$$
6. Eyni mənalı bərabərsizlikləri hədbəhəd toplamaq olar, $a < b$, $c < d$ olarsa, $a + c < b + d$ olar.
7. Əks mənalı bərabərsizlikləri hədbəhəd çıxmaq olar. Bu zaman hansı bərabərsizlikdən çıxılırsa, onun işarəsini saxlamaq lazımdır.

$$\begin{array}{rcl} 12 > 8 & & 12 > 8 \\ -3 < 4 & & -3 < 4 \\ \hline 9 > 4 & \text{və ya} & -9 < -4 \end{array}$$

8. Hədləri müsbət olan eyni mənalı bərabərsizlikləri tərəf-tərəfə vurmaq olar. $3 < 7$ və $5 < 10$ olarsa, onda $15 < 70$ alınar.
9. Tərəfləri mənfə olan iki eynimənalı bərabərsizliyi tərəf-tərəfə vurduqda bərabərsizliyin işarəsi əksinə dəyişir. $-5 < -4$ və $-20 < -6$ olarsa, onda $100 > 24$ alınar.
10. a, b müsbət və $a > b$ olarsa, onda n -in istənilən natural qiymətində $a^n > b^n$ olar.
11. Tərəfləri müsbət olan bərabərsizliyin hər iki tərəfindən eyni dərəcədə hesabı kök almaq olar.

12. Hədləri müsbət olan iki əks mənalı bərabərsizliyi tərəf-tərəfə bölmək olar və qismət bərabərsizliyin işarəsi bölünən bərabərsizliyin işarəsi ilə eyni olur.

$$a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$$

olarsa

$$(a > b) : (d < c) \Leftrightarrow a : d > b : c$$

$$13. \quad d > 0, c > 0 \quad \text{və} \quad d < c \quad \text{olarsa} \quad \frac{1}{d} > \frac{1}{c}$$

$$d < 0, c < 0 \quad \text{və} \quad d < c \quad \text{olarsa} \quad \frac{1}{d} > \frac{1}{c}$$

İkiqat bərabərsizliklər üzərində əməllər

$a < x < b$ və $c < y < d$ olarsa $x + y; x - y; y - x; xy; \frac{x}{y}; \frac{y}{x}$ və s. aşağıdakı kimi

qiymətləndirilir.

$$a) \quad \frac{a < x < b}{c < y < d} \quad \frac{a + c < x + y < b + d}{}$$

$$b) \quad \frac{a < x < b}{c < y < d} \quad \frac{a - d < x - y < b - c}{}$$

$$c) \quad \frac{c < y < d}{a < x < b} \quad \frac{c - b < y - x < d - a}{}$$

$$d) \quad \frac{a < x < b}{c < y < d} \quad \frac{\frac{a}{d} < \frac{x}{y} < \frac{b}{c}}{}$$

$$e) \quad \frac{a < x < b}{c < y < d} \quad \frac{ac < xy < bd}{}$$

$$ə) \quad \frac{c < y < d}{a < x < b} \quad \frac{\frac{c}{b} < \frac{y}{x} < \frac{d}{a}}{}$$

Misal. $2 < x < 5$ və $6 < y < 10$ olarsa, $-3x + 2y = ?$

$$\begin{cases} 2 < x < 5 \\ 6 < y < 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 > -3x > -15 \\ 12 < 2y < 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15 < -3x < -6 \\ 12 < 2y < 20 \end{cases} \Rightarrow -3 < -3x + 2y < 14$$

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər

$ax > b, ax < b$ və s. şklində olan bərabərsizliklərə birdəyişənli xətti bərabərsizliklər deyilir.

$$a) \quad ax > b \quad (a > 0)$$

$$b) \quad ax > b \quad (a < 0)$$

$$x > \frac{b}{a}$$

$$x < \frac{b}{a}$$

Misal.

$$a) \quad 3x - 15 > 3$$

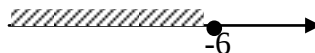
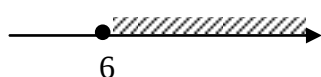
$$b) \quad -3x - 15 > 3$$

$$3x > 18$$

$$-3x > 18$$

$$x > 6 \quad (6; +\infty)$$

$$x < -6 \quad (-\infty; -6)$$



$$c) -2(x-4)+5x > 3x+12$$

$$-2x+8+5x > 3x+12$$

$$-2x+5x-3x > 12-8$$

$$0 > 4 \Rightarrow \emptyset, \text{ həlli yoxdur}$$

$$ç) -2(x-4)+5x < 3x+12$$

$$-2x+8+5x < 3x+12$$

$$-2x+5x-3x < 12-8$$

$$0 < 4 \Rightarrow (-\infty; +\infty), \text{ sonsuz sayda həlli var}$$

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi

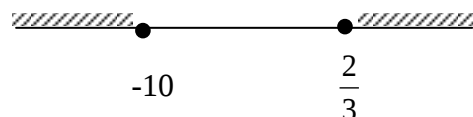
Bu sistemlər

$$\begin{cases} a_1x + b_1 < 0 \\ a_2x + b_2 < 0 \end{cases} \quad \text{və s.}$$

şəklində olur. Sistemi həll etmək üçün hər bir bərabərsizliyi ayrılıqda həll etmək və həllərin kəsişməsini tapmaq lazımdır.

$$a) \begin{cases} 2(x+3)-(x-8) < 4 \\ 6x > 3(x+1)-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+6-x+8 < 4 \\ 6x > 3x+3-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-x < 4-8-6 \\ 6x-3x > 3-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -10 \\ 3x > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -10 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases}$$

$\emptyset$ həlli yoxdur.



$$b) -3 \leq \frac{4-5x}{2} < 2 \text{ ikiqat bərabərsizliyini həll edin.}$$

$$-6 \leq 4-5x < 4 \Rightarrow \begin{cases} -6 \leq 4-5x \\ 4-5x < 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x \leq 4+6 \\ -5x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x \leq 10 \\ -5x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > 0 \end{cases}$$

Cavab: $(0;2]$



Modullu bərabərsizliklər (sadə formalı)

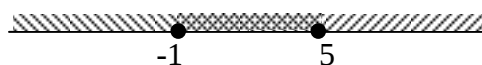
- $|x| < a$ bərabərsizliyi $-a < x < a$ ilə eynigüclüdür
- $|x| > a$ bərabərsizliyi isə $x > a$ və ya $x < -a$ bərabərsizliyi ilə eynigüclüdür.

Misal.

$$a) |x-2| \leq 3$$

$$-3 \leq x-2 \leq 3$$

$$\begin{cases} -3 \leq x-2 \\ x-2 \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x \leq -2+3 \\ x \leq 3+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x \leq 1 \\ x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow [-1;5]$$



$$b) |x-2| < -3$$

$\emptyset$

modul heç vaxt mənfi olmur

$$c) |x-2| < 0$$

$\emptyset$

$$ç) |x-2| \leq 0$$

$$x-2 = 0$$

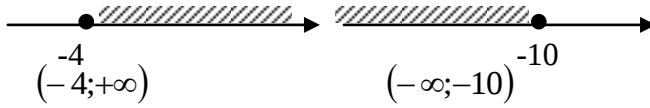
$$x = 2$$

$$e) |x+7| > 3$$

$$x+7 > 3 \quad \text{və ya} \quad x+7 < -3$$

$$x > 3-7 \quad x < -3-7$$

$$x > -4 \quad x < -10$$



$$\text{Cavab: } (-\infty; -10) \cup (-4; +\infty)$$

$$ə) |x+7| > -2$$

$(-\infty; +\infty)$, çünki modul həmişə sıfırdan böyük və ya bərabər olur.

● Ümumi halda,

$$1. |f(x)| > a; (a > 0) \Rightarrow \begin{cases} f(x) > a \\ f(x) < -a \end{cases} \text{ birləşmə}$$

$$2. |f(x)| < a; (a > 0) \Rightarrow \begin{cases} f(x) < a \\ f(x) > -a \end{cases} \text{ kəsişmə}$$

$$3. |f(x)| > a; (a < 0) \Rightarrow x \in R = (-\infty; +\infty)$$

$$4. |f(x)| < a; (a < 0) \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$5. |f(x)| > g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ -f(x) > g(x) \end{cases} \text{ birləşmə}$$

$$6. |f(x)| < g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ -f(x) < g(x) \end{cases} \text{ kəsişmə}$$

● $|x-a| + |x-b| < c$ tipli bərabərsizliklər həlli

Misal. $|x+2| - 3 < |x-1|$ bərabərsizliyini həll edin

Həlli

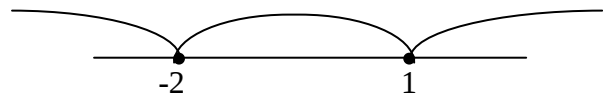
Əvvəlcə modul ifadələri sıfıra çevirən ədədlər tapılır.

$$x+2=0$$

$$x-1=0$$

$$x=-2$$

$$x=1$$



Bundan sonra ədəd oxunu intervallara ayıraraq, bərabərsizliyi həll edək.

1. $(-\infty; -2)$ aralığına baxaq. Bu aralıqdan qiymət götürüb, işarələri təyin edək.

$$(x+2) = -$$

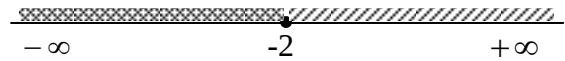
$$(x-1) = -$$

$$-(x+2) - 3 < -(x-1)$$

$$-x-2-3 < -x+1$$

$0 < 6 \Rightarrow (-\infty; +\infty)$ indi bu cavabla $(-\infty; -2)$ aralığının kəsişməsini tapaq.

Cavab: $(-\infty; -2)$



2. $(-2; 1)$ aralığına baxaq. Bu aralıqdan qiymət götürüb, işarələri təyin edək.

$$(x+2) = +$$

$$(x-1) = -$$

$$x+2-3 < -(x-1)$$

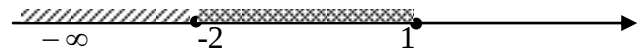
$$x+2-3 < -x+1$$

$$x+x < 1+3-2$$

$$2x < 2$$

$x < 1 \Rightarrow (-\infty; 1)$ indi $(-\infty; 1) \cap (-2; 1)$ - i tapaq.

Cavab: $(-2; 1)$



3) $(1; +\infty)$ aralığına baxaq. Bu aralıqdan qiymət götürüb, işarələri təyin edək.

$$(x+2) = +$$

$$(x-1) = +$$

$$x+2-3 < x-1$$

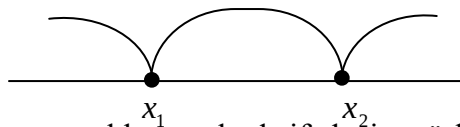
$$0 < -1+3-2$$

$$0 < 0 \Rightarrow \emptyset$$

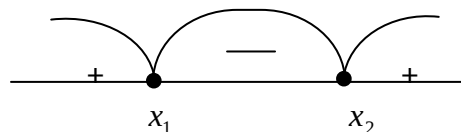
Yekun cavab: $(-\infty; -2) \cup (-2; 1)$ həm də -2 ədədi verilən bərabərsizliyin həllidir, çünki, bərabərsizliyi ödəyir. Ona görə də cavab: $(-\infty; 1)$ götürülür.

İntervallar metodu ilə bərabərsizliklər həlli.

$a(x-x_1)(x-x_2) > 0$ və s. şəklində olan bərabərsizlikləri intervallar üsulu ilə həll etmək üçün ədəd oxunda x_1 və x_2 - ni qeyd edirik və aralıqlara ayırırıq.



Bu aralıqlardan bir qiymət verməklə o aralıqda ifadənin müsbət və ya mənfi olduğunu araşdırırıq. Əgər



alınsa, yuxarıdakı bərabərsizliyin həllər çoxluğu $(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ olar.

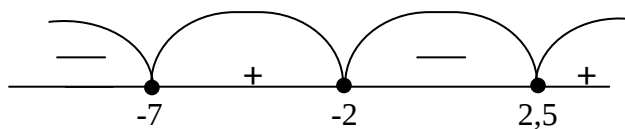
• a) $(x+2)(2x-5)(x+7) \geq 0$

$$(x+2)(2x-5)(x+7) = 0$$

$$x+2=0 \quad 2x-5=0 \quad x+7=0$$

$$x=-2 \quad 2x=5 \quad x=-7$$

$$x=2,5$$



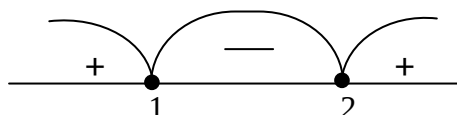
Cavab: $[-7; -2] \cup [2,5; +\infty)$

• b) $x^2 - 3x + 2 \geq 0$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 2$$



Cavab: $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$

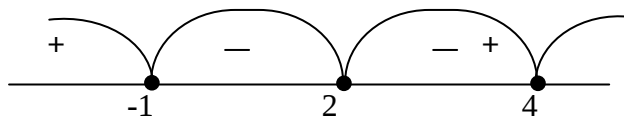
• e) $\frac{(x-2)^2}{x^2 - 3x - 4} \geq 0$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 \neq 0$$

$$x = 2$$

$$x \neq 4 \quad x \neq -1$$



Bu misalda $\{2\}$ ədədi bərabərsizliyi ödədiyi üçün həlldir.

Cavab: $(-\infty; -1) \cup \{2\} \cup (4; +\infty)$ olur.

• **Qeyd.** Həmişə müsbət və həmişə mənfi olan ifadələrin kökü yoxdur.

a) bərabərsizlikdə həmişə müsbət olan ifadə atılır və bərabərsizliyin işarəsi dəyişmir.

$$(x^2 + 4)(x - 1) \geq 0$$

$$x - 1 \geq 0$$

$$x \geq 1 \Rightarrow x \in [1; +\infty)$$

b) bərabərsizlikdə həmişə mənfi olan ifadə atılır və bərabərsizliyin işarəsi dəyişir.

$$(-x^2 - 1)(x - 2) \geq 0$$

$$x - 2 \leq 0$$

$$x \leq 2 \Rightarrow x \in (-\infty; 2]$$

• f) Sistemi həll edin

$$\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x^2 - 9 > 0 \end{cases}$$

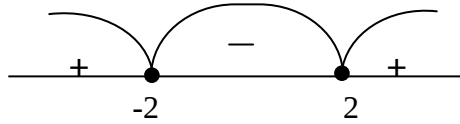
Əvvəlcə sistemin 1-ci bərabərsizliyini həll edək.

$$x^2 - 4 > 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$



$$(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$$

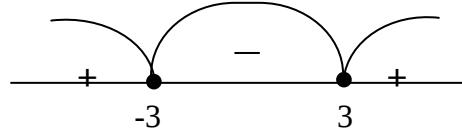
İndi isə sistemin 2-ci bərabərsizliyini həll edək.

$$x^2 - 9 > 0$$

$$x^2 - 9 = 0$$

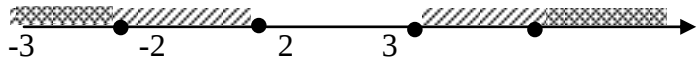
$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$



$$(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$$

İndi hər iki cavabın kəsişməsini tapaq.



Yekun cavab: $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ olur.

İrrasional bərabərsizliklər

Dəyişəni həm də kök işarəsi altında olan bərabərsizliklərə irrasional bərabərsizliklər deyilir.

Çox zaman irrasional bərabərsizliyin hər iki tərəfini bir neçə dəfə qüvvətə yüksəltməklə onu rasional bərabərsizliyə gətirmək olur. Bu zaman qüvvətə yüksəltmə ilə alınan yeni bərabərsizliyin əvvəlki ilə eynigüclü olması gözlənilməklə aparılmalıdır.

$a > 0$ olduqda

$$1. \sqrt[2k]{f(x)} \geq a \Rightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) \geq a^{2k} \end{cases}$$

$$2. \sqrt[2k]{f(x)} \leq a \Rightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) \leq a^{2k} \end{cases}$$

$a \in R$ olduqda

$$3. \sqrt[2n+1]{f(x)} \geq a \Rightarrow f(x) \geq a^{2n+1}$$

$$4. \sqrt[2n+1]{f(x)} \leq a \Rightarrow f(x) \leq a^{2n+1}$$

$$5. \sqrt[2k]{f(x)} > \sqrt[2k]{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

$$6. \sqrt[2k]{f(x)} < \sqrt[2k]{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

$$7. \sqrt[2k+1]{f(x)} > \sqrt[2k+1]{g(x)} \Rightarrow f(x) > g(x)$$

$$8. \sqrt[2k+1]{f(x)} < \sqrt[2k+1]{g(x)} \Rightarrow f(x) < g(x)$$

$$9. \sqrt[2k]{A(x)} < B(x) \Rightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) > 0 \\ A(x) < B^{2k}(x) \end{cases}$$

$$10. \sqrt[2k]{A(x)} > B(x) \text{ bərabərsizliyini həll etmək üçün } \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) > B^{2k}(x) \end{cases} \vee \begin{cases} B(x) < 0 \\ A(x) \geq 0 \end{cases}$$

sistemlərini həll edib, onların həllər çoxluğunu birləşdirmək lazımdır.

Misallar

$$a) \sqrt{x-3} > 1$$

$$\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-3 > 1 \end{cases}$$

$$x \in (4; +\infty)$$

$$b) \sqrt{2x-3} < 4$$

$$\begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ 2x-3 < 16 \end{cases}$$

$$x \in [1.5; 9.5)$$

$$c) \sqrt{x^2-6x+8} \geq -1$$

$$x^2-6x+8 \geq 0$$

$$x \in (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$$

$$\zeta) (2x+4)\sqrt{6+x-x^2} \geq 0$$

$$\begin{cases} 2x+4 \geq 0 \\ 6+x-x^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in [-2; +\infty) \\ x \in [-2; 3] \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in [-2; 3]$$

$$d) \frac{4-x}{\sqrt{x^2+7x+12}} < 0$$

$$\begin{cases} 4-x < 0 \\ x^2+7x+12 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 4 \\ x \in (-\infty; -4) \cup (-3; +\infty) \end{cases}$$

$$x \in (4; +\infty)$$

$$e) \sqrt{5x+5} < \sqrt{2-3x}$$

$$\begin{cases} 5x+5 < 2-3x \\ 5x+5 \geq 0 \end{cases}$$

$$x \in \left[-1; -\frac{3}{8}\right)$$

$$\vartheta) \sqrt{x^2-3} - \sqrt{4x-6} \geq 0$$

$$\sqrt{x^2-3} \geq \sqrt{4x-6}$$

$$\begin{cases} x^2-3 \geq 4x-6 \\ 4x-6 \geq 0 \end{cases}$$

$$x \in [3; +\infty)$$

$$\text{m) } \sqrt{2x^2 - 6x + 4} > x + 2$$

$$\begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ 2x^2 - 6x + 4 > (x + 2)^2 \end{cases} \cup \begin{cases} x + 2 < 0 \\ 2x^2 - 6x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$[-2; 0) \cup (10; +\infty) \cup (-\infty; -2) \Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (10; +\infty)$$

Bəzi əhəmiyyətli bərabərsizliklər

1. İstənilən mənfi olmayan a, b ədədləri üçün

$$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

bərabərsizliyi doğrudur, bərabərlik yalnız $a = b$ olduqda alınır.

2. İstənilən a və b ədədləri üçün

$$a^2 + b^2 \geq 2ab \quad \text{doğrudur.}$$

3. İstənilən müsbət a ədədi üçün, ədəd və onun tərsinin cəmi haqqında

$$a + \frac{1}{a} \geq 2$$

bərabərsizliyi doğrudur və bərabərlik yalnız $a = 1$ olduqda alınır.

4. İstənilən $a > 0, b > 0$ ədədləri üçün

$$(a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$$

həmişə doğrudur.

5. İstənilən a, b, c ədədləri üçün

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$$

doğrudur.

6. İstənilən $b \neq 0, b \neq 1$ ədədi üçün

$$b^2 + \frac{1}{b^2} > 2$$

doğrudur.

7. İstənilən iki müsbət ədədin kübləri cəmi həmin ədədlərin hasili ilə cəminin hasilindən kiçik deyildir

$$a^3 + b^3 \geq ab(a + b)$$

bərabərlik $a = b$ olduqda olur.

8. İstənilən iki ədədin cəminin modulu həmin ədədlərin modulları cəmindən böyük deyil

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

(bərabərlik a və b ədədləri eyni işarəli olduqda alınır).

9. İstənilən iki ədədin fərqlinin modulu həmin ədədlərin modulları fərqlindən kiçik deyil

$$|a-b| \geq |a|-|b|$$

bərabərlik ədədlər eyni işarəli olduqda alınır.

10. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ olduqda

$$(a+b)(b+c)(a+c) \geq 8abc$$

11. İstənilən müsbət a, b, c ədədləri üçün

$$a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$$

12. İstənilən müsbət a, b, c ədədləri üçün

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$$

13. İstənilən iki a və b həqiqi ədədləri üçün

$$a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3$$

Əlavə 1. Teorem: Hər hansı bir ədəd, kvadratı onu aşmayan sadə ədədlərin heç birinə bölünmürsə onda sadə ədəddir.

Misal. 439 ədədinin sadə və mürəkkəb olmasını tapmaq. Bu ədəd 2,3,5,7,11,13,17, 19 sadə ədədlərinə bölünmür. 19 – dan sonra gələn sadə ədəd isə 23- dür. $23^2 = 529$. Bu ədəd isə 439- dan çoxdur. Deməli, 439 ədədi 2,3,5,7,11,13,17 və 19 sadə ədədlərinə bölünmədiyi üçün sadədir.

Əlavə 2. $P(x)$ - in dərəcəsi m

$Q(x)$ - in dərəcəsi n olarsa,

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ kəsri $m < n$ olduqda düzgün, $m \geq n$ olduqda isə düzgün olmayan kəsir adlanır.

Əlavə 3. Tutaq ki, iki ədədin ƏBOB-nu tapmaq tələb olunur. Onlardan ən böyüyünü bu ədədlərin fərqi ilə əvəz edək. Bu prosesi sıfırdan fərqli iki eyni ədəd alınana qədər davam etdirək. Sonda alınmış ədəd verilmiş ədədlərin ƏBOB-u olur.

$$\begin{aligned} \text{ƏBOB}(420;150) &= \text{ƏBOB}(150;270) = \text{ƏBOB}(150;120) = \text{ƏBOB}(30;120) = \text{ƏBOB}(30;90) = \\ &= \text{ƏBOB}(30;60) = \text{ƏBOB}(30;30) = 30 \end{aligned}$$

Bu üsula ƏBOB-un tapılmasının Evklid alqoritmi deyilir (çıxmaya görə).

Əlavə 4. İki ədədin ƏBOB-un tapmaq üçün onların hər ikisi bölünmə əlamətlərinə görə eyni ədədə bölünür və bu proses iki qarşılıqlı sadə ədəd alınana qədər davam etdirilir. Bölənlərin hasili ƏBOB- dur.

$$\begin{aligned} \text{ƏBOB}(420;150) &= \text{ƏBOB}(42;15) = \text{ƏBOB}(14;5) \\ &\quad \swarrow \quad \searrow \\ &\quad 10 \cdot 3 = 30 \end{aligned}$$

Deməli, $\text{ƏBOB}(420;150) = 30$

Bu üsulla ƏBOB-un tapılmasının Evklid alqoritmi (bölməyə görə) deyilir.

Əlavə 5. Düyüm- düym sözündəndir, baş barmaq deməkdir. Bəzi Avropa ölkələrində qeyri-metrik ölçü sistemində uzunluq vahididir. Tarixən, kişi baş barmağının eni kimi götürülür.

$$1 \text{ düyüm} \approx 25,4 \text{ mm} = 2,54 \text{ sm} .$$

Düyümü santimetrə çevirəndə onu 2,54-ə vurmaq lazımdır.

Əlavə 6.

$$\frac{\overbrace{abab...ab}^{n \text{ sayda}}}{\underbrace{cdcd...cd}_{n \text{ sayda}}} = \frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$$

MÜNDƏRİCAT

Toplama, çıxma, vurma və bölmə əməlləri.....	2
Əməllər sırası	4
Tənlik və bərabərsizliklər.....	4
Metrik ölçü sistemi. Ən çox işlənən ölçü vahidləri.....	5
Düz xətt , müstəvi, parça, şüa.....	6
Düzbucaqlı, kvadrat, onların sahələri, perimetr anlayışı.....	7
Düzbucaqlı paralelepiped. Kub.....	9
Hərəkət məsələləri. Qayıq və çay məsələləri	9
Çoxluq	11
Çoxluqların birləşməsi, kəsişməsi və fərqi.....	12
Ədədi aralıqlar	14
Bucaq, üçbucaq anlayışı.....	14
Rəqəmlər.Natural ədədlər.Mərtəbələr və siniflər.....	17
Tək və cüt ədədlər.....	19
Bölmə əlamətləri.....	19
Tam ədədlərdə bölün-qalıq əlaqəsi məsələləri.....	21
Aralıqda olan tam ədədlərin sayının tapılması.....	22
Yaş və saat məsələləri.....	22
Sadə və mürəkkəb ədədlər.Sadə vuruqlara ayırma.....	23
Mürəkkəb ədədin bölünləri.....	24
Qarşılıqlı sadə ədədlər.....	25
ƏKOB (ən kiçik ortaq bölünən)	26
ƏBOB (ən böyük ortaq bölünən)	26
Kəsr. Qarışıq ədəd. Kəsrin əsas xassəsi. Kəsrin ixtisarı.....	28
Kəsrlərin toplanması, çıxılması	29
Qarışıq ədədlərin toplanması və çıxılması	29
Kəsrlərin müqayisəsi	30
Kəsrlərin vurulması	30
Qarşılıqlı tərs ədədlər	30
Kəsrlərin bölünməsi	31
Ədədin hissəsini tapmaq. Hissəyə görə ədədi tapmaq	31
İşçi - hovuz məsələləri	32
Onluq kəsrlər. Onluq kəsrlərin yuvarlaqlaşdırılması.....	32
Onluq kəsrlərin toplanması, çıxılması, vurulması, bölünməsi və müqayisəsi.....	33
Ədədi orta.....	35
Adi kəsrin onluq kəsre çevrilməsi	35
Faiz.....	36
Sadə və mürəkkəb faizlər düsturu.....	41
Nisbət və tənəsüb.....	42
Düz və tərs mütənasib kəmiyyətlər.....	42
Düz və tərs mütənasib bölmə	43
Ədəd oxu. Əks ədədlər. Tam və rəşional ədədlər.	45
Ədədin modulu (mütləq qiymət). Ədədlərin müqayisəsi.	46
Mötərizələrin açılması.Rəşional ədədlər üzərində əməllər.....	47
Həqiqi ədədlər.Kvadrat kök.....	47
Ədədin tam və kəsr hissəsi.....	50
Oxşar toplananlar.....	50
Tənliklər həlli.....	51
Düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyəti.....	53
Düzbucaqlı koordinat sistemi.....	54

Çevrə və onun uzunluğu. Dairə və onun sahəsi.	55
Ədədi və dəyişəni olan ifadələr.....	57
Qüvvət.Qüvvətin xassələri.Ədədin standart şəkli.Mütləq və nisbi xəta.....	57
Birhədlilər.Çoxhədlilər.....	61
Çoxhədlilərin vuruqlara ayrılması.....	62
Müxtəsər vurma düsturları.....	63
Hesabi kvadrat köklər üzərində çevirmələr	65
n-ci dərəcədən kök və onun xassələri.....	67
Kəsr üstlü qüvvət.....	69
Rasional üstlü qüvvətlərin müqayisəsi.Həqiqi üstlü qüvvət.....	70
Kvadrat tənliklər və onun kökləri düsturu.....	72
Kvadrat üçhədlili.Kvadrat üçhədlinin ən böyük və ən kiçik qiyməti.....	74
Kvadrat üçhədlinin vuruqlara ayrılması.....	75
Viyet teoremi.Kvadrat tənliyin köklərinin əmsala görə ayrılması.....	76
Rasional tənliklər.Dəyişəni modul daxilində olan tənliklər.....	77
Tam tənliklər.Kvadrat tənliyə gətirilən tənliklər.....	79
İrrasional tənliklər.....	83
İkidəyişənlə xətti tənliklər. İkidəyişənlə xətti tənliklər sistemi.....	84
Bərabərsizliklər və onların xassələri.....	86
İkiqat bərabərsizliklər və onlar üzərində əməllər.....	87
Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər. Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi.....	88
Modullu bərabərsizliklər.....	88
İntervallar metodu ilə bərabərsizliklər həlli.....	90
İrrasional bərabərsizliklər.....	92
Bəzi əhəmiyyətli bərabərsizliklər.....	94