Hərəkət

Verilmiş fiqurun nöqtələrinin yerini müəyyən qayda ilə dəyişsək, yeni fiqur alınar. Bu fiqur verilən fiqurun çevrilməsi adlanır.

F fiqurunun F_1 fiquruna çevrilməsində nöqtələr arasındakı məsafə dəyişmirsə, belə çevirməyə hərəkət (yerdəyişmə) deyilir.

Yerdəyişmədə fiqur özünə bərabər olan fiqura çevrilir.

Nöqtə və düz xəttə nəzərən simmetriya hərəkətdir.

Paralel köçürmə.

Hərəkət zamanı fiqurun bütün nöqtələri müəyyən istiqamətdə eyni məsafə qədər yerini dəyişərsə, belə hərəkətə paralel köçürmə deyilir.

İxtiyari A nöqtəsini A_1 nöqtəsinə köçürən yeganə paralel köçürmə var.

Paralel köçürmə zamanı $A(x;y)$ nöqtəsi $A'(x';y')$ nöqtəsinə keçərsə,

$$x' = x + a$$
$$y' = y + b$$

yazmaq olar, burada $(a, b \in R)$

Misal. Paralel köçürmə zamanı $A(5;7;2)$ nöqtəsi $B(7;4;-5)$ nöqtəsinə keçir. Paralel köçürmənin düsturlarını yazın.

Həlli. Nöqtənin həm absisinin, həm ordinatının, həm də aplikatının necə dəyişdiyinə baxaq. Nöqtənin absisi 2 vahid artıb, yəni $x' = x + 2$ Nöqtənin ordinatı 3 vahid azalıb, yəni $y' = y - 3$. Nöqtənin aplikatı 7 vahid azalıb, yəni, $z' = z - 7$. Deməli, paralel köçürmənin düsturları belədir:

$$\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 3 \\ z' = z - 7 \end{cases}$$

Misal. Paralel köçürmədə $A(2;-4;3)$ nöqtəsi $B(-1;3;7)$ nöqtəsinə keçir. Bu paralel köçürmədə B nöqtəsi hansı nöqtəyə keçir?

Həlli. Bu paralel köçürmənin düsturlarını tapaq. Absis 3 vahid azalıb, deməli $x' = x-3$.

Ordinat 7 vahid artıb, yəni $y' = y+7$.

Aplikat 4 vahid artıb, yəni $z' = z+4$. Onda $B(-1;3;7)$ nöqtəsi

$$x' = -1-3 = -4$$
$$y' = 3+7 = 10$$
$$z' = 7+4 = 11$$

, yəni $B'(-4;10;11)$ nöqtəsinə keçər.

Misal. Paralel köçürmə zamanı $(2;-3)$ nöqtəsi $(0;4)$ nöqtəsinə keçərsə, həmin köçürmədə $(5;2)$ nöqtəsi hansı nöqtəyə keçər?

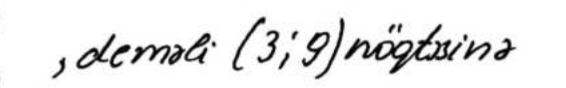
Həlli. Absis 2 vahid azalıb, $x' = x-2$

Ordinat 7 vahid artıb, $y' = y+7$.

Onda $(5;2)$ nöqtəsi $\begin{cases} x' = 5-2 = 3 \\ y' = 2+7 = 9 \end{cases}$, deməli $(3;9)$ nöqtəsinə keçər.

Homotetiya

Müstəvinin qeyd olunmuş O nöqtəsi və $k>0$ ədədi verilmiş olsun. Bu nöqtədən çıxan şüa üzərində hər hansı M nöqtəsi götürək və $OM' = k \cdot OM$ münasibətini ödəyən OM' parçasını ayıraq. Bu halda M nöqtəsindən M' nöqtəsinə keçməyə mərkəzi O və əmsalı $k>0$ olan homotetiya deyilir.



* Müsbət əmsallı $(k>0)$ homotetiyada hər bir şüa özü ilə eyni istiqamətli, mənfi əmsallı $(k<0)$ homotetiyada isə əks

istiqamətli şüaya çevrilir.

* Homotetiyada düz xətt özünə paralel düz xəttə, parça özünə paralel parçaya, bucaq özünə bərabər bucağa çevrilir.

O, M və M' nöqtələri bir düz xətt üzərindədirsə, onda M nöqtəsini M' nöqtəsinə çevirən O mərkəzli homotetiya yeganədir.

Misal. Mərkəzi koordinat başlanğıcında olan homotetiyada $A(4;-8)$ nöqtəsi $A_1(16;-32)$ nöqtəsinə çevrilibsə, homotetiya əmsalını tapaq.

Həlli. Homotetiyada $OX_1 = k \cdot OX$ şərti ödənildiyindən, A nöqtəsinin koordinatlarının neçə dəfə dəyişdiyinə baxaq.

$A(4;-8)$ $A_1(16;-32)$

$$\frac{16}{4} = \frac{-32}{-8} = 4 = k. \quad \text{Deməli; } k = 4$$

Misal. Mərkəzi koordinat başlanğıcında və homotetiya əmsalı 4 olan homotetiyada $A(-8;-6)$ nöqtəsi hansı nöqtəyə keçir?

Həlli: $OX_1 = k \cdot OX$ olduğundan $A(-8;-6)$ nöqtəsi $A'(-8 \cdot 4;-6 \cdot 4) = A'(-32;-24)$ nöqtəsinə keçir.

Oxşar çevirmə.

F fiqurunun F' fiquruna çevrilməsi zamanı onların nöqtələri arasındakı məsafə eyni ədəd dəfə dəyişərsə (artarsa və ya azalarsa), belə çevirməyə oxşar çevirmə deyilir. Xassələri:

*. Oxşar çevirmə düz xətti düz xəttə, şüanı şüaya, parçanı parçaya çevirir.

* Oxşar çevirmə bucağı özünə bərabər bucağa çevirir.

* $k > 0$ əmsallı oxşar çevirmənin tərs çevirməsi $\frac{1}{k}$ əmsallı oxşar çevirmədir.

Müstəviyə nəzərən simmetriya

α müstəvisi AB parçasına perpendikulyar olub və onu yarıya bölürsə, A və B nöqtələrinə α müstəvisinə nəzərən simmetrik nöqtələr, α müstəvisinə isə simmetriya müstəvisi deyilir.

① $A(x;y;z)$ nöqtəsi xy müstəvisinə nəzərən simmetriyada $A'(x;y;-z)$ nöqtəsinə çevrilir.

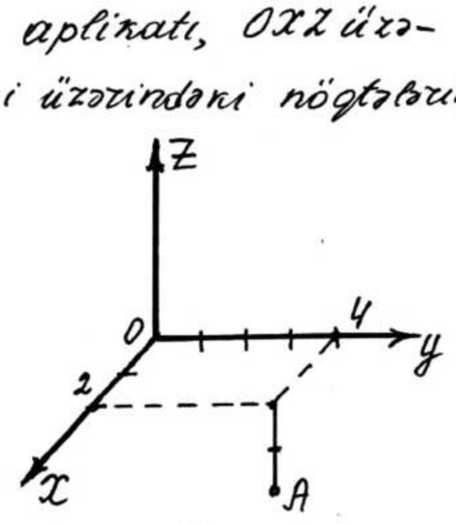
② $A(x;y;z)$ nöqtəsi yz müstəvisinə nəzərən simmetriyada $A'(-x;y;z)$ nöqtəsinə çevrilir.

③ $A(x;y;z)$ nöqtəsi xz müstəvisinə nəzərən simmetriyada $A'(x;-y;z)$ nöqtəsinə çevrilir.

* OXY müstəvisi üzərindəki nöqtələrin aplikatı, OXZ üzərindəki nöqtələrin ordinatı, OYZ müstəvisi üzərindəki nöqtələrin absisi sıfıra bərabərdir.

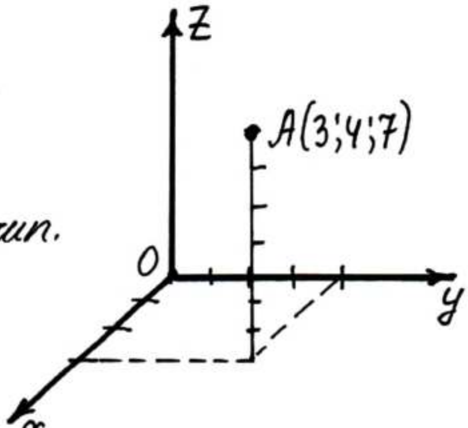
* $A(2;4;-2)$ nöqtəsini qurun.

Əvvəlcə, koordinat müstəvisində $(2;4)$ nöqtəsini quraq, sonra alınan nöqtəni 2 vahid aşağı endirmək lazımdır.

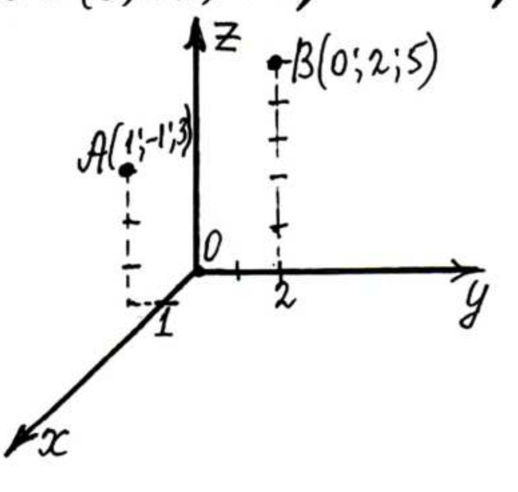


* $A(3;4;7)$ nöqtəsini quraq.

Əvvəlcə, koordinat müstəvisində $(3;4)$ nöqtəsini quraq, sonra alınan nöqtəni 7 vahid yuxarı qaldırmaq lazımdır.



* $A(1;-1;3)$ və $B(0;2;5)$ nöqtələrini qurun.



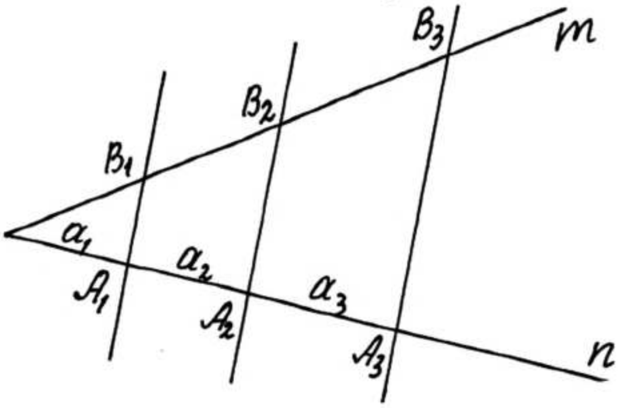
Fiqurların oxşarlığı

Oxşar çevirmə nəticəsində biri digərinə keçən fiqurlara oxşar fiqurlar deyilir. Fiqurların oxşarlığı „∼" işarəsi ilə göstərilir.

Fales teoremi

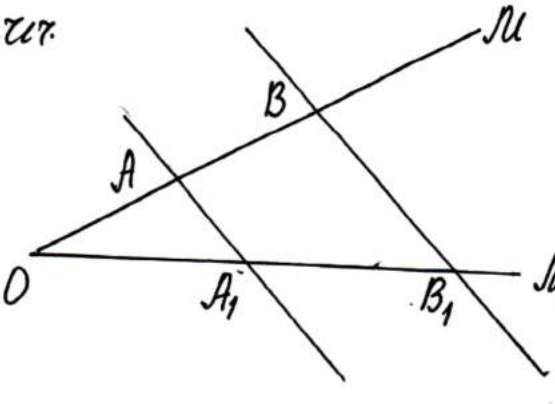
Bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər bu bucağın bir tərəfi üzərində bərabər parçalar ayırırsa, o biri tərəfi üzərində də bərabər parçalar ayırır.

$a_1 \parallel a_2 \parallel a_3 \dots$, $A_1A_2 = A_2A_3 = \dots$ olarsa, onda $B_1B_2 = B_2B_3 = \dots$ doğrudur.



* Bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər bu tərəflər üzərində mütənasib parçalar ayırır.

$$\frac{OA}{OA_1} = \frac{OB}{OB_1}$$



Nəticə. $AA_1 \parallel BB_1$ olarsa, onda

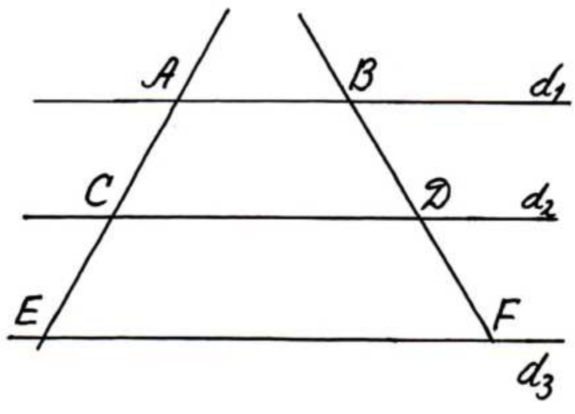
$$\frac{OA}{OA_1} = \frac{AB}{AB_1}$$

Nəticə. Üçbucağın iki tərəfini kəsən və üçüncü tərəfə paralel olan düz xətt, verilmiş üçbucaqdan ona oxşar üçbucaq ayırır.

$d_1 \parallel d_2 \parallel d_3$ olarsa, Fales teoremi

(1) $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$

(2) $\frac{AC}{AE} = \frac{BD}{BF}$



Mütənasib parçalar

Uzunluqları mütənasib olan parçalara mütənasib parçalar deyilir. Yəni, AB, CD, A_1B_1 və C_1D_1 parçaları üçün

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}$$ olarsa, deyirlər ki, AB və CD parçaları A_1B_1 və C_1D_1 parçaları ilə mütənasibdir. Məsələn, $AB = 3\,sm$, $CD = 1\,sm$, $A_1B_1 = 6\,sm$, $C_1D_1 = 2\,sm$ olarsa, AB və CD parçaları A_1B_1 və C_1D_1 parçaları ilə mütənasibdir.

Oxşar üçbucaqlar.

Uyğun tərəfləri mütənasib, uyğun bucaqları bərabər olan üçbucaqlara oxşar üçbucaqlar deyilir.

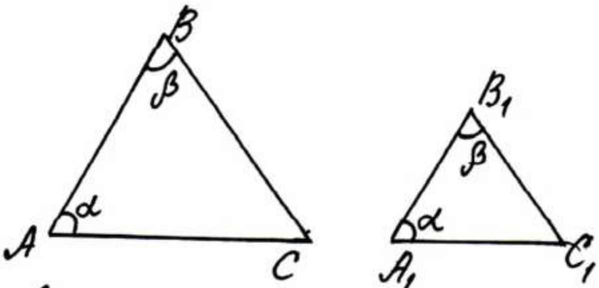
Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

I əlamət. Bir üçbucağın iki bucağı, o biri üçbucağın uyğun iki bucağına bərabərdirsə, onda bu üçbucaqlar oxşardır.

$\angle A = \angle A_1 = \alpha$

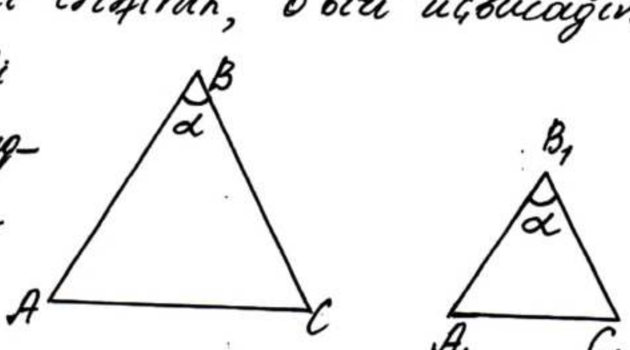
$\angle B = \angle B_1 = \beta$ olarsa, onda

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$



Buradan, $\angle C = \angle C_1$ bərabərliyi də alınır, yəni üçüncü uyğun bucaqlar da bərabərdir.

II əlamət. Bir üçbucağın iki tərəfinin, o biri üçbucağın uyğun olaraq iki tərəfinə nisbəti və bu tərəflər arasındakı bucaqlar bərabərdirsə, onda bu üçbucaqlar oxşardır.

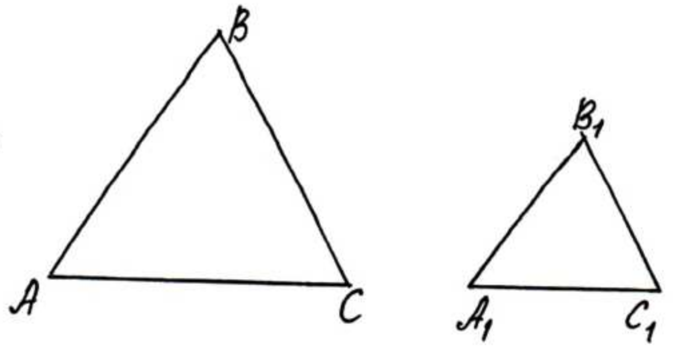


$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$, $\angle B = \angle B_1$ olarsa, onda $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

III əlamət. Bir üçbucağın üç tərəfinin, uyğun olaraq o biri üçbucağın üç tərəfinə nisbəti bərabərdirsə, onda bu üçbucaqlar oxşardır.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$ olarsa,

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$



Oxşar üçbucaqlarda $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$

Qeyd. Oxşar üçbucaqların sahələri nisbətindən başqa bütün uyğun ölçülərinin (uyğun tərəflərinin, hündürlüklərinin, medianlarının, tənbölənlərinin, perimetrlərinin, daxilə və xaricə çəkilmiş çevrələrin radiuslarının və s.) nisbətləri bərabərdir

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{h_{a_1}}{h_{a_2}} = \frac{m_{a_1}}{m_{a_2}} = \frac{l_{a_1}}{l_{a_2}} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_1}{r_2} = k$$

k - oxşarlıq əmsalıdır

Qeyd. Oxşar üçbucaqların sahələri nisbəti oxşarlıq əmsalının kvadratına bərabərdir.

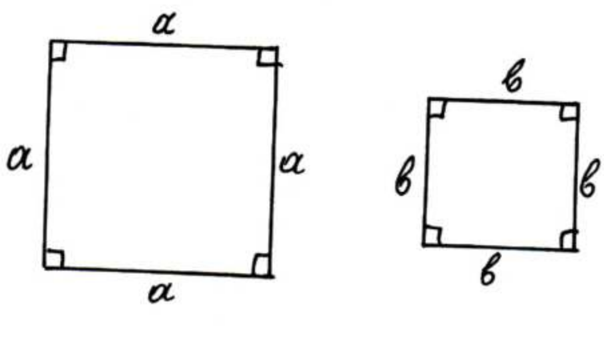
$$\frac{S_1}{S_2} = k^2$$

Qeyd. $k = 1$ olarsa, üçbucaqlar bərabər olur, yəni üçbucaqların bərabərliyi onların oxşarlığının xüsusi halıdır.

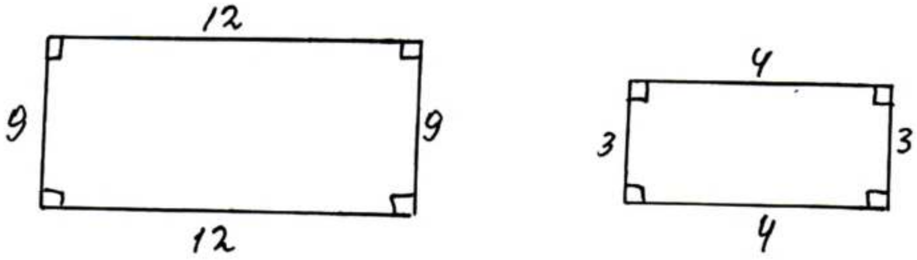
* Bərabərtərəfli üçbucaqlar oxşardır

* Bütün uyğun düzgün çoxbucaqlılar, çevrələr, dairələr oxşardır.

Kvadratlar oxşardır.

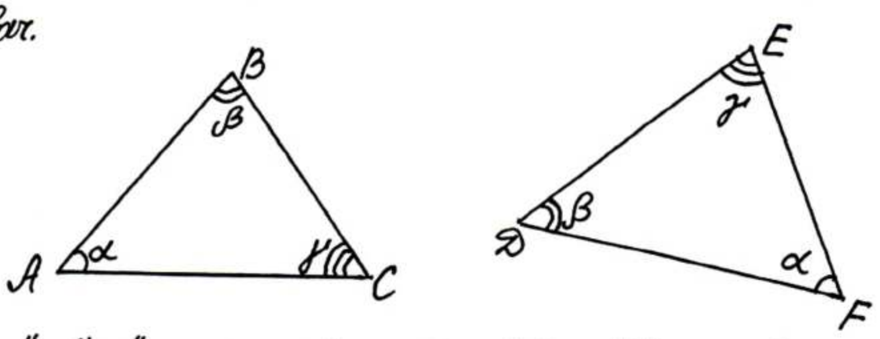


Şəkildəki düzbucaqlılar oxşardır, çünki $k=3$



* İti bucaqlarından biri bərabər olan düzbucaqlı üçbucaqlar oxşardır.
* Təpə bucaqları bərabər olan bərabəryanlı üçbucaqlar oxşardır.
* Katetləri mütənasib olan düzbucaqlı üçbucaqlar oxşardır.

Qeyd. Əgər oxşar üçbucaqların adları bərabər bucaqlara görə düzgün yazılsa, onda uyğun tərəflərin nisbətlərini aşağıdakı kimi yazmaq olar.



Şəkildən görünür ki, $\angle A = \angle F$, $\angle B = \angle D$, $\angle C = \angle E$

$$\Delta ABC \sim \Delta FDE \Rightarrow \frac{AB}{DF} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{EF}$$ yazmaq olar

Bərabər bucaqların qabağında duran tərəflər uyğun olaraq bir-birinə bölünür.

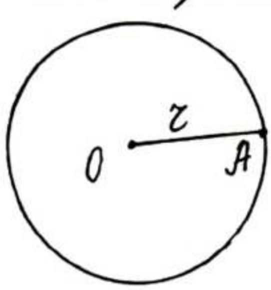
Oxşar çoxbucaqlılar. Tərəfləri mütənasib və uyğun bucaqları bərabər olan eyni adlı çoxbucaqlılara oxşar çoxbucaqlılar deyilir.

* Oxşar çoxbucaqlıların uyğun tərəflərindən çəkilmiş diaqonalları onları oxşar üçbucaqlara ayırır.
* Oxşar çoxbucaqlıların perimetrləri nisbəti uyğun tərəflərin nisbətinə bərabərdir. Oxşar çoxbucaqlıların sahələri nisbəti oxşarlıq əmsalının kvadratına bərabərdir.
* Eyni adlı düzgün çoxbucaqlılar oxşardır.

Çevrə

Müstəvi üzərində verilən nöqtədən eyni məsafədə olan nöqtələr çoxluğunun əmələ gətirdiyi fiqura çevrə deyilir.

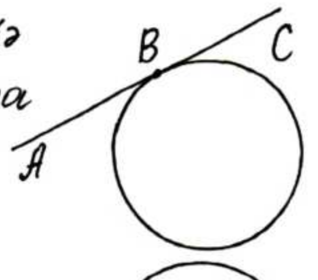
Bu nöqtə çevrənin mərkəzi, məsafə isə çevrənin radiusu adlanır



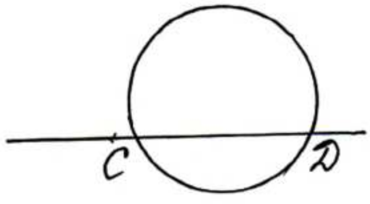
O - mərkəz, $OA = r$ isə radiusdur

Çevrənin elementləri

a) Çevrə ilə bir ortaq nöqtəsi olan düz xəttə toxunan deyilir. AC - toxunan, B isə toxunma nöqtəsidir.

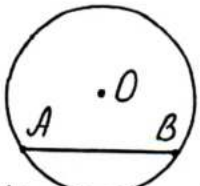


b) Çevrə ilə iki ortaq nöqtəsi olan düz xəttə kəsən deyilir. (CD kəsəndir)

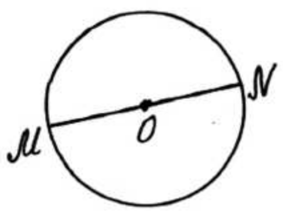


ç) Çevrənin iki nöqtəsini birləşdirən parçaya vətər deyilir

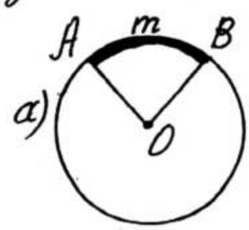
AB – vətərdir



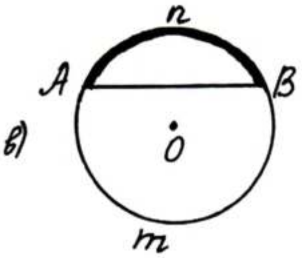
d) Mərkəzdən keçən vətərə diametr deyilir. Diametr çevrənin ən böyük vətəridir. Diametr iki radiusa bərabərdir. MN - diametrdir, $d = 2r$



e) Çevrənin hər hansı bir hissəsinə qövs deyilir və $\cup$ kimi işarə edilir. Şəkildə $\overset{\frown}{AmB}$ qövsü göstərilmişdir(a)



Şəkil (b)-də AB vətəri AnB və AmB qövslərini gərir və bu qövslər AB vətərinə söykənir.



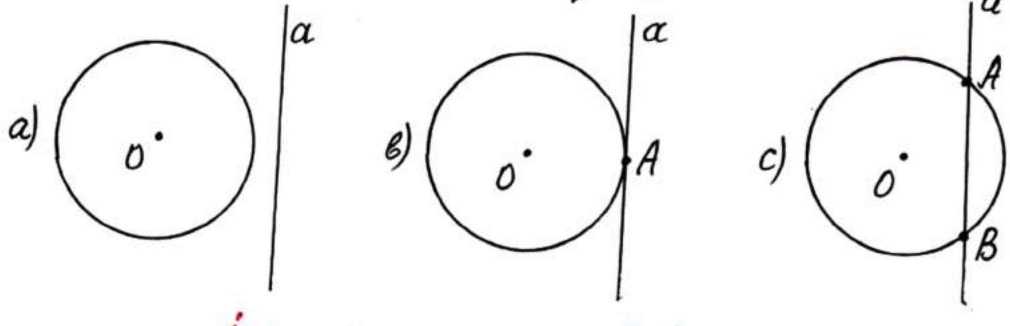
Düz xətlə çevrənin qarşılıqlı vəziyyəti

Düz xətlə çevrə aşağıdakı kimi qarşılıqlı vəziyyətdə ola bilər:

a) düz xəttin çevrə ilə heç bir ortaq nöqtəsi yoxdur

b) düz xəttin çevrə ilə ancaq bir ortaq nöqtəsi var

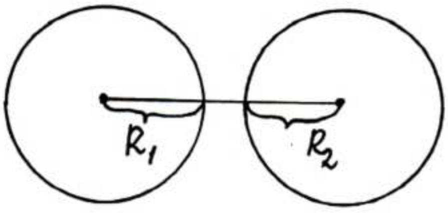
c) düz xəttin çevrə ilə iki ortaq nöqtəsi var.



İki çevrənin qarşılıqlı vəziyyəti

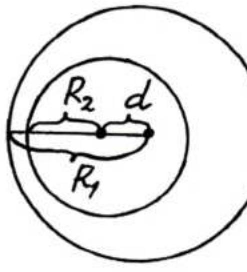
İki çevrə aşağıdakı kimi qarşılıqlı vəziyyətdə ola bilər.

① Çevrələrin ortaq nöqtəsi yoxdur



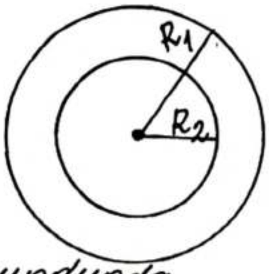
Burada iki hal ola bilər (d – çevrələrin mərkəzləri arasındakı məsafədir)

a) çevrələr bir-birinin xaricindədir, bu halda $d > R_1 + R_2$



b) çevrələrdən biri digərinin daxilindədir, bu halda $R_2 < R_1$, $0 \leq d \leq R_1 - R_2$

d=0 olduqda çevrələrin mərkəzləri üst-üstə düşür. Belə çevrələrə konsentrik çevrələr deyilir.

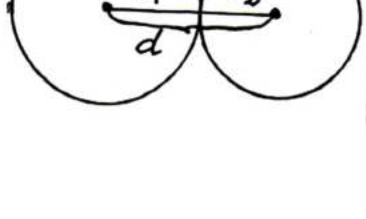


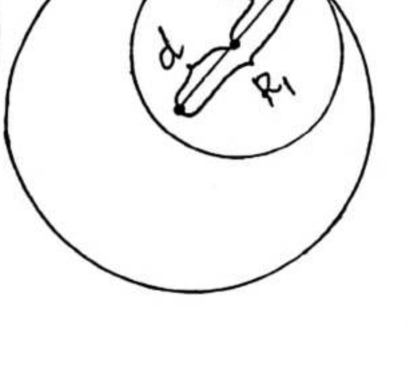
② Çevrələrin ancaq bir ortaq nöqtəsi var, yəni, çevrələr toxunur. Çevrələr xaricdən toxunduqda

$d = R_1 + R_2$

Daxildən toxunduqda

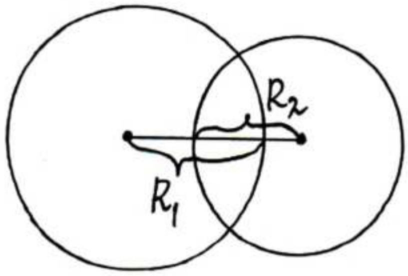
$d = R_1 - R_2$ olur





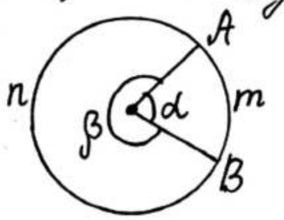
③ Çevrələrin iki ortaq nöqtəsi vardır, yəni çevrələr kəsişir.

Bu halda $R_1 - R_2 < d < R_1 + R_2$



Çevrədə bucaq münasibətləri

① Çevrənin iki radiusu arasında qalan bucağa mərkəzi bucaq deyilir. Mərkəzi bucaq söykəndiyi qövsün dərəcəsinə bərabərdir.

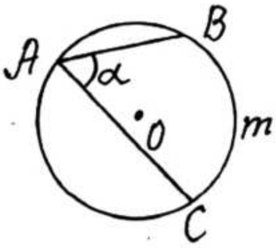


$\alpha = \overset{\frown}{AmB}$

$\beta = \overset{\frown}{AnB}$

② Təpəsi çevrə üzərində olub, tərəfləri bu çevrəni kəsən bucağa daxilə çəkilmiş bucaq deyilir.

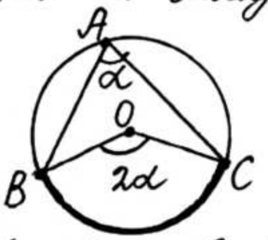
Daxilə çəkilmiş bucaq söykəndiyi qövsün yarısına bərabərdir.



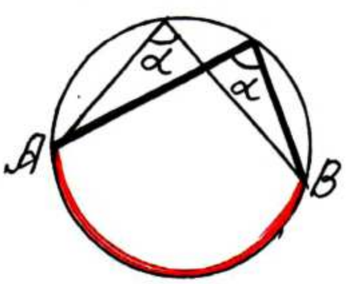
$\alpha = \frac{\overset{\frown}{BmC}}{2}$

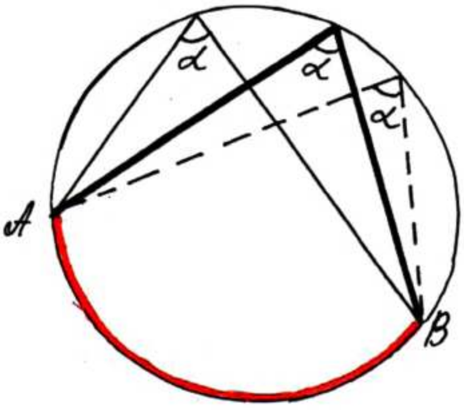
③ Daxilə çəkilmiş bucaq və mərkəzi bucaq eyni qövsə söykənərsə, onda daxilə çəkilmiş bucaq mərkəzi bucağın yarısına bərabərdir.

$\angle BAC = \frac{\angle BOC}{2}$

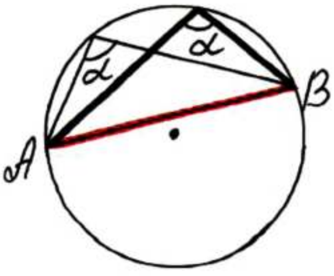


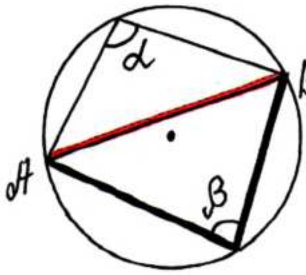
④ Eyni qövsə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqlar bərabərdir



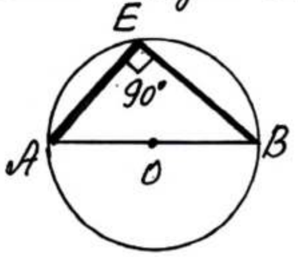


(5) Eyni vətərə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqlar ya bərabərdir, ya da onların cəmi 180°-yə bərabərdir





(6) Diametrə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqlar düz bucaqdır.

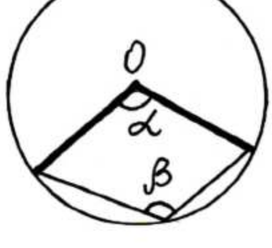


AB – diametrdirsə,

$\angle AEB = 90°$

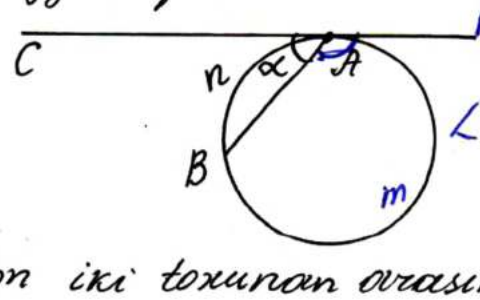
(7) α mərkəzi bucağı və β daxilə çəkilmiş bucağı bir-birini çevrəyə tamamlayan qövslərə söykənərsə, onda

$\beta = 180° - \frac{\alpha}{2}$ olur



(8) Toxunanla toxunma nöqtəsindən keçən vətər arasında qalan bucaq uyğun qövsün yarısı ilə ölçülür.

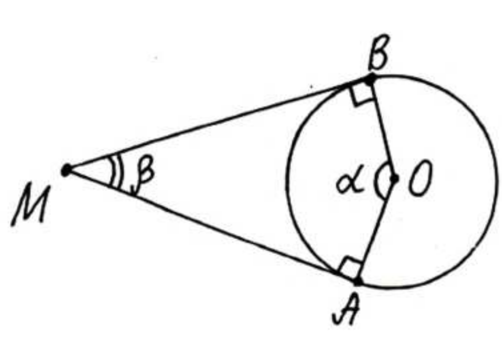
$\angle CAB = \frac{\overset{\frown}{AnB}}{2}$



$\angle KAB = \frac{\overset{\frown}{AmB}}{2}$

(9) Bir nöqtədən çevrəyə çəkilən iki toxunan arasında qalan bucaqla toxunma nöqtələrinə çəkilən radiuslar arasında qalan mərkəzi bucağın cəmi 180°-yə bərabərdir.

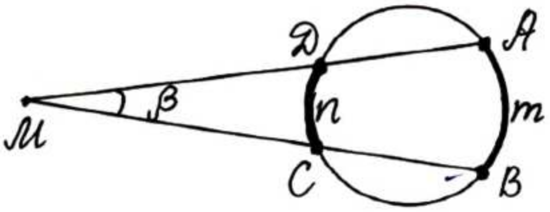
$\alpha + \beta = 180°$



(10) Çevrə xaricində götürülmüş nöqtədən çevrəyə çəkilən iki kəsən arasında qalan bucaq gördüyü qövslərin fərqinin

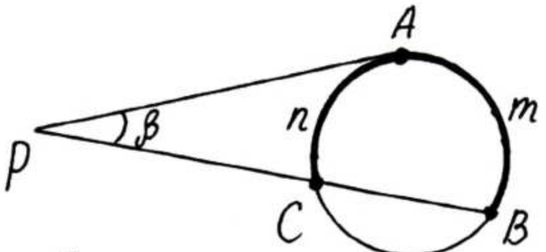
yarısı ilə ölçülür.

$$\beta = \frac{\overset{\smile}{AmB} - \overset{\smile}{DnC}}{2}$$



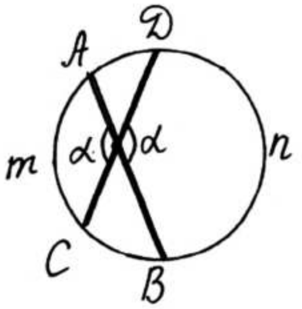
Kəsənlərdən biri toxunan olduqda,

$$\beta = \frac{\overset{\smile}{AmB} - \overset{\smile}{AnC}}{2}$$



(11) İki kəsişən vətər arasında qalan bucaq gördüyü qövslərin cəminin yarısı ilə ölçülür.

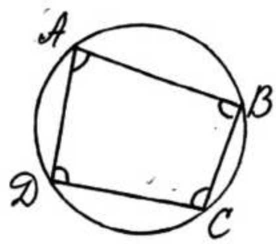
$$\alpha = \frac{\overset{\smile}{AmC} + \overset{\smile}{BnD}}{2}$$



(12) Əgər $ABCD$ – çevrə daxilinə çəkilmiş dördbucaqlıdırsa, onda

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$
$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

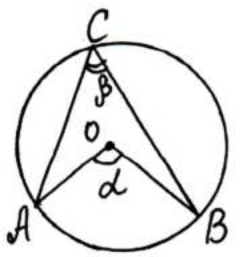
Başqa sözlə $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$



Məsələ 1. Şəkildə O mərkəzli çevrədə AOB bucağı ilə ACB bucağının cəmi 138°-dir. AOB bucağını tapın

Həlli

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 138^\circ \\ \alpha = 2\beta \end{cases} \Rightarrow \beta = 46^\circ,\ \alpha = 92^\circ$$

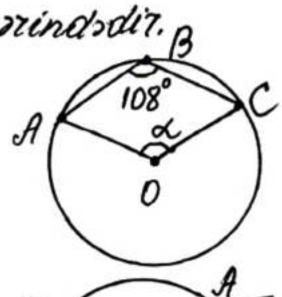


Məsələ 2. A, B, C nöqtələri mərkəzi O olan çevrə üzərindədir. $\angle ABC = 108^\circ$ olarsa, AOC bucağını tapın

Həlli

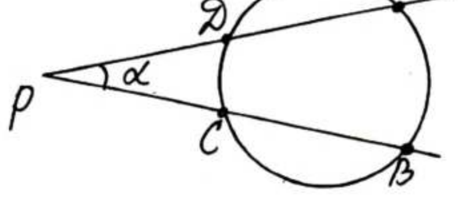
Düstura görə $108^\circ = 180^\circ - \frac{\alpha}{2}$

$$\alpha = 144^\circ$$



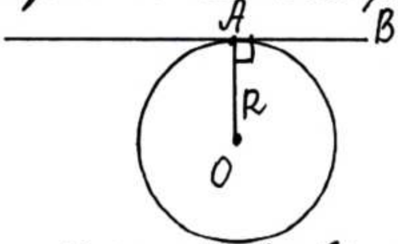
Məsələ 3. $\overset{\smile}{AB} = 80^\circ$, $\overset{\smile}{DC} = 20^\circ$ olarsa,

$$\alpha = \frac{80^\circ - 20^\circ}{2} = 30^\circ$$

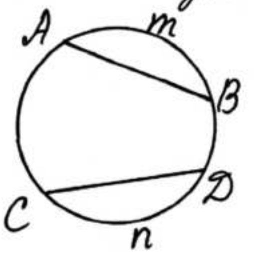


Çevrədə metrik münasibətlər

① Toxunan toxunma nöqtəsində radiusa perpendikulyardır.



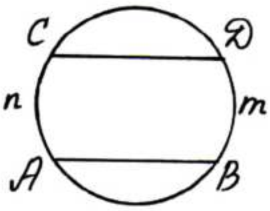
② Bərabər vətərlərin gərdiyi qövslər bir-birinə bərabərdir.



$AB = CD$ olarsa,

onda $\cup AmB = \cup CnD$

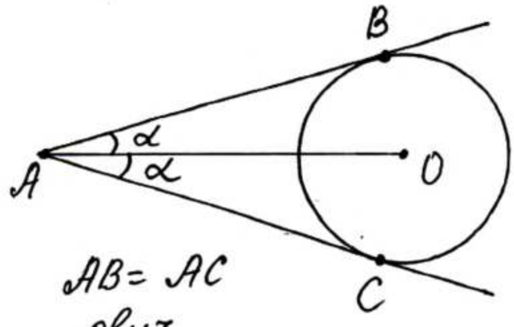
③ İki paralel vətər arasındakı qövslər bərabərdir



$AB \parallel CD$ olarsa, onda

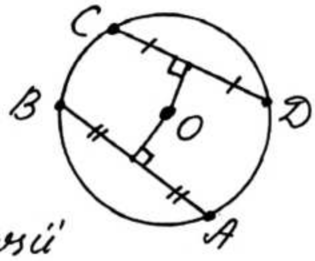
$\cup AnC = \cup BmD$

④ Çevrə xaricində götürülmüş A nöqtəsindən çevrəyə yalnız iki AB və AC toxunanlarını çəkmək olar və $AB = AC$. Çevrənin mərkəzi bu toxunanların əmələ gətirdiyi bucağın tənböləni üzərindədir.

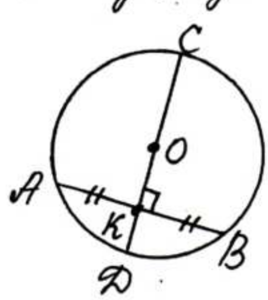


$AB = AC$ olur

⑤ Vətərin orta nöqtəsindən qaldırılan perpendikulyar çevrənin mərkəzindən keçir.



⑥ Vətərə perpendikulyar olan diametr vətəri və onun gərdiyi qövsü yarıya bölür.

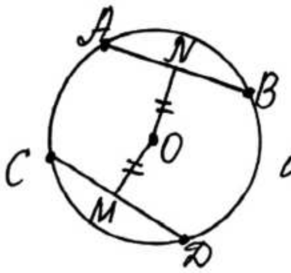


$CD \perp AB$ olarsa

onda $AK = KB$

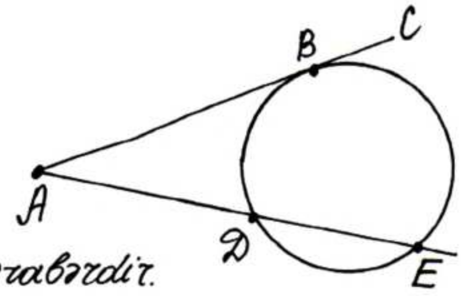
$\cup AD = \cup DB$ olur

⑦ Uzunluqları eyni olan vətərlərin mərkəzdən olan məsafələri bərabərdir, tərsi də doğrudur: Mərkəzdən eyni uzaqlıqda olan iki vətər bir-birinə bərabərdir, yəni $ON = OM$ olarsa, $AB = CD$ olar.



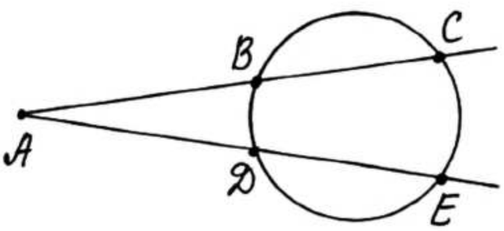
$AB = CD$ olarsa onda $ON = OM$ olur.

⑧ Əgər çevrə xaricində götürülmüş nöqtədən çevrəyə kəsən və toxunan çəkilibsə, onda toxunanın kvadratı kəsənin uzunluğu ilə kəsənin çevrə xaricində qalan hissəsinin hasilinə bərabərdir.



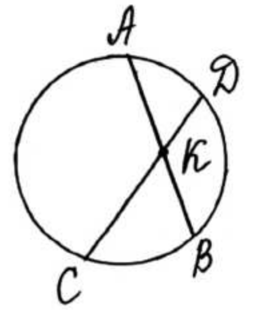
$$|AB|^2 = |AD|\cdot|AE|$$

⑨ Çevrə xaricində götürülmüş nöqtədən AC və AE kəsənləri çəkilərsə, onda



$$|AB|\cdot|AC| = |AD|\cdot|AE|$$

⑩ Əgər çevrənin AB və CD vətərləri K nöqtəsində kəsişirsə, onda vətərin parçaları hasilləri bərabərdir.



$$|AK|\cdot|KB| = |CK|\cdot|KD|$$

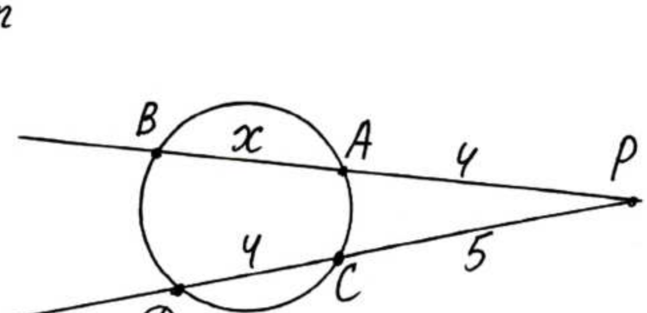
Məsələ 1. Şəklə əsasən, x-i tapın

$4(4+x) = 5(5+4)$

$16 + 4x = 45$

$4x = 29$

$x = 7\frac{1}{4}$



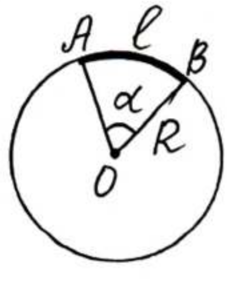
Çevrənin uzunluğu

Çevrə uzunluğunun diametrə nisbəti bütün çevrələr üçün sabit kəmiyyətdir. $C : D = \pi \approx 3,14 \Rightarrow \boxed{C = \pi D}$

Çevrənin radiusu R olarsa, onda çevrənin uzunluğu

$\boxed{C = 2\pi r}$ düsturu ilə hesablanır

Buradan alınır ki, 1°-li qövsün uzunluğu $\frac{2\pi r}{360^\circ}$



α°-li qövsün uzunluğu

$$\boxed{l = \frac{\pi r \alpha}{180^\circ}}$$ ilə hesablanır

Bu düsturda α dərəcə ilə verilir, r isə radiusdur. Əgər, α - radian ilə verilibsə, onda qövsün uzunluğu

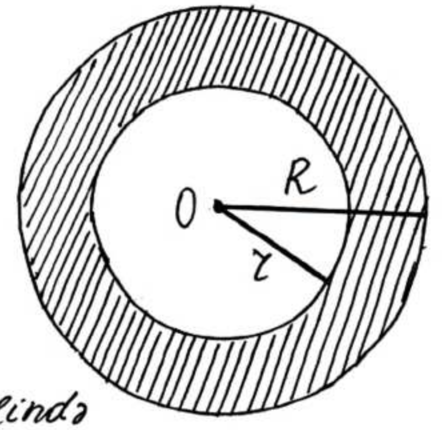
$\boxed{l = \alpha \cdot R}$ düsturu ilə hesablanır.

Dairə, onun hissələri və sahələri

Çevrə ilə məhdudlanan müstəvi hissəsinə dairə deyilir. Və ya müstəvinin verilmiş nöqtəsindən məsafələri verilmiş məsafədən böyük olmayan bütün nöqtələri çoxluğuna dairə deyilir. Verilmiş nöqtəyə dairənin mərkəzi, verilmiş məsafəyə isə dairənin radiusu deyilir.

1. Dairənin sahəsi $S = \pi r^2$ ilə hesablanır, r - radiusdur
2. Dairənin sahəsi $S = \frac{1}{4}\pi d^2$ ilə hesablanır, d - diametrdir.
3. Dairənin sahəsi $S = \frac{1}{2} C r$ ilə hesablanır, r - radius, C isə çevrəsinin uzunluğudur
4. Dairənin sahəsi $S = \frac{C^2}{4\pi}$ ilə hesablanır, C çevrənin uzunluğudur.

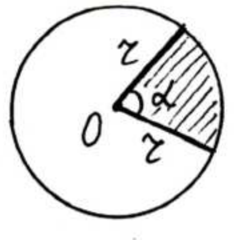
* Mərkəzləri eyni, radiusları R və r $(R>r)$ olan iki çevrə ilə hüdudlanmış müstəvi hissəsinə dairə halqası deyilir. Dairə halqasının sahəsi



$$S=\pi(R^2-r^2)$$

düsturu ilə hesablanır

* Dairənin uyğun mərkəzi bucaq daxilində yerləşən hissəsinə dairə sektoru deyilir.



Dairə sektorunun sahəsi

a) $S=\frac{\pi r^2\alpha}{360}$ düsturu ilə tapılır, α-dərəcə ilə olsa

b) α-bucağı radianla olsa,

$$S=\frac{1}{2}\alpha r^2 \text{ düsturu ilə tapılır}$$

c) $S=\frac{1}{2}lr$, burada, $l=\frac{\pi r\alpha}{180^\circ}$ olub, qövsün uzunluğudur, yəni dairə sektorunun sahəsi bu sektoru hüdudlandıran qövsün uzunluğu ilə dairənin radiusu hasilinin yarısına bərabərdir

* Dairənin vətər və bu vətərə söykənən qövslə hüdudlanmış hissəsinə dairə segmenti deyilir.

Dairə segmentinin sahəsi

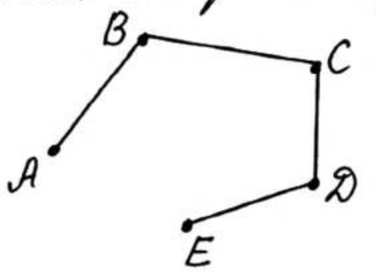
$$S=\pi r^2\frac{\alpha}{360^\circ}\pm\frac{1}{2}r^2\sin\alpha=\frac{r^2}{2}\left(\frac{\pi\alpha}{180^\circ}\pm\sin\alpha\right)$$

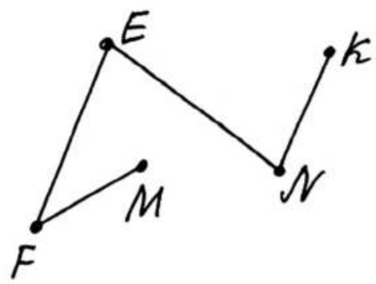
düsturu ilə tapılır. ($\alpha<180^\circ$ olduqda „−", $\alpha>180^\circ$ olduqda „+" işarəsi olur) Bəzən, $S=\pi r^2\frac{\alpha}{360^\circ}\pm S_{\Delta AOB}$ yazırlar, burada $S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}r^2\sin\alpha$

Çoxbucaqlılar.

Bir düz xətt üzərində olmayan, bir neçə düz xətt parçasından əmələ gələn xəttə sınıq xətt deyilir. A, B, C, D, E – sınıq xəttin təpələri və AB, BC, CD, DE – tərəfləridir.

Sınıq xəttin istənilən tərəfini hər iki tərəfə uzatdıqda, sınıq xətt bu düz xətdən bir tərəfdə qalarsa, buna qabarıq, əks halda çökük sınıq xətt deyilir





Şəkillərdə ABCDE – qabarıq, MFENK – çökük sınıq xətdir.

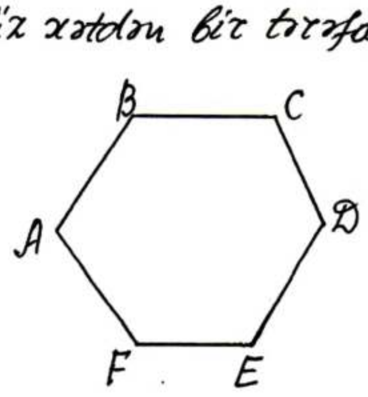
Sınıq xətt öz-özünü kəsmədikdə, ona sadə sınıq xətt deyilir.

Sadə, qapalı sınıq xəttin əmələ gətirdiyi fiqura çoxbucaqlı deyilir. Qapalı sınıq xəttin tərəflərinə çoxbucaqlının tərəfləri, təpələrinə isə onun təpələri deyilir.

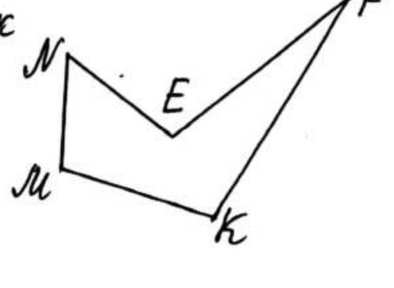
Çoxbucaqlının qonşu olmayan təpələrini birləşdirən düz xətt parçalarına onun diaqonalları deyilir. n tərəfi olan çoxbucaqlıya n-bucaqlı çoxbucaqlı deyilir. Çoxbucaqlılar 2 yerə bölünür: qabarıq və çökük.

Çoxbucaqlı, onun bir tərəfindən keçən düz xətdən bir tərəfdə yerləşərsə, ona qabarıq çoxbucaqlı deyilir.

Məsələn, şəkildə ABCDEF – qabarıq çoxbucaqlıdır (qabarıq altıbucaqlıdır)



MNEFK isə çökük çoxbucaqlıdır



* Qabarıq n-bucaqlının daxili bucaqlarının cəmi $180^\circ(n-2)$-dir.

* Qabarıq çoxbucaqlının xarici bucaqlarının cəmi 360°-dir.

* Qabarıq n-bucaqlının diaqonallarının sayı $\dfrac{n(n-3)}{2}$ -dir.

* Qabarıq n-bucaqlının bir təpəsindən çıxan diaqonalların sayı $(n-3)$-dür

* Qabarıq n-bucaqlının bir təpəsindən çıxan diaqonalları ondan $(n-2)$ ədəd üçbucaq ayırır.

* Ulduzlu çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi $(n-4)\cdot 180^\circ$-dir.

Məsələ 1. Diaqonallarının sayı 44 olan qabarıq çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmini tapın.

$$\frac{n(n-3)}{2}=44 \Rightarrow n^2-3n-88=0 \Rightarrow n_1=-8 \notin N,\ n_2=11$$

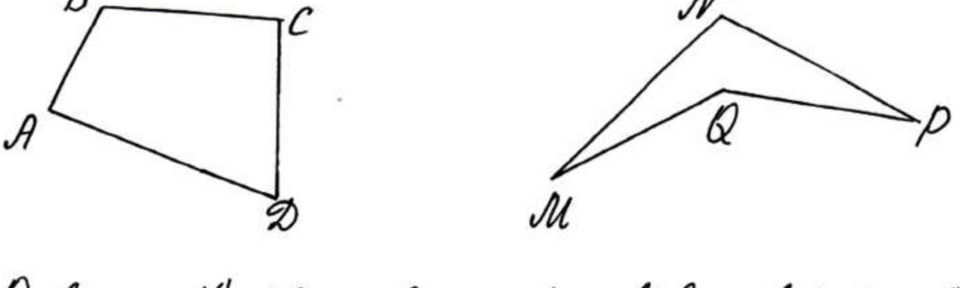
Onda $180^\circ(n-2)=180^\circ(11-2)=180^\circ\cdot 9=1620^\circ$

Dördbucaqlılar.

Dörd tərəfi olan çoxbucaqlıya dördbucaqlı deyilir.

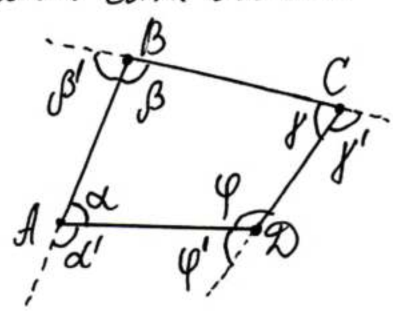
Hər bir dördbucaqlının 4 tərəfi, 4 təpəsi və 2 diaqonalı var

Şəkildə ABCD-qabarıq, MNPQ - çökük dördbucaqlıdır



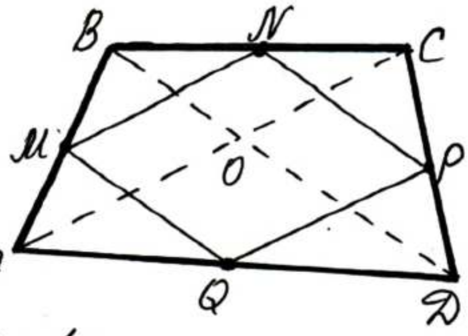
① Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi 360°-dir

$$\alpha+\beta+\gamma+\varphi=360^\circ$$



② Qabarıq dördbucaqlının hər təpədə bir xarici bucaq götürməklə, xarici bucaqlarının cəmi 360°-dir. $\alpha'+\beta'+\gamma'+\varphi'=360^\circ$

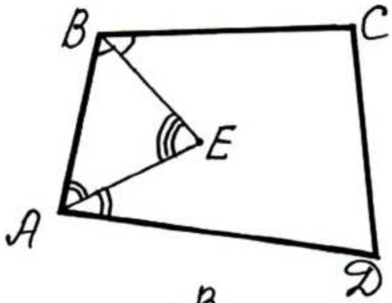
③ Qabarıq dördbucaqlının tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirdikdə paralelogram alınır. Bu paralelogramın perimetri dördbucaqlının diagonallarının cəmidir. MNPQ - paralelogramdır.



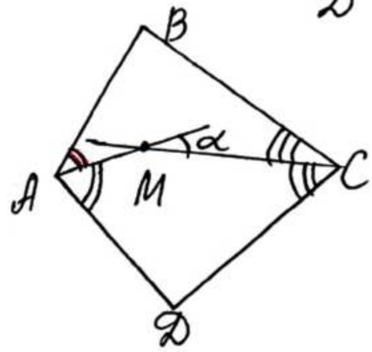
$$P_{MNPQ} = AC + BD$$

M, N, P, Q nöqtələri - ABCD dördbucaqlısının tərəflərinin orta nöqtələridir.

④ Əgər AE və BE - daxili tənbölənlərdirsə, onda $\angle AEB = \dfrac{\angle C + \angle D}{2}$ düsturu doğrudur.



⑤ Əgər AM və CM - daxili tənbölənlərdirsə, onda $\alpha = \dfrac{|\angle B - \angle D|}{2}$ düsturları doğrudur.

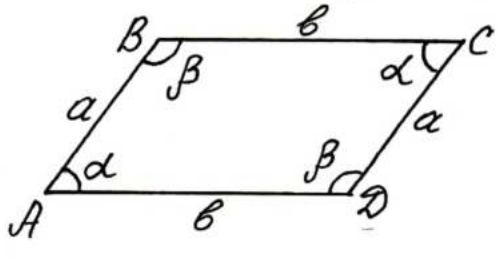


Paralelogram

Qarşı tərəfləri paralel və bərabər olan dördbucaqlıya paralelogram deyilir.

Perimetri,
$P = 2(a+b)$-dir.

$AB \parallel CD$
$BC \parallel AD$
$AB = CD = a$
$BC = AD = b$



Paralelogramın aşağıdakı xassələri vardır:

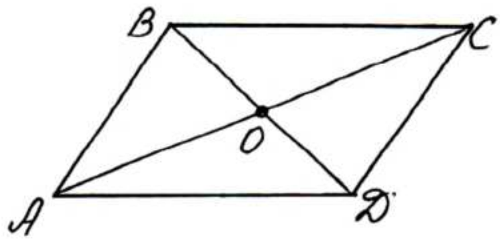
① Paralelogramın qarşı tərəfləri və qarşı bucaqları bərabərdir

② Paralelogramın bir tərəfinə bitişik bucaqların cəmi 180°-dir
$\alpha + \beta = 180°$

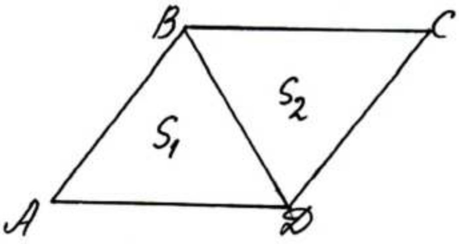
③ Paralelogramın diagonalları kəsişir və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür. Diagonalların kəsişmə nöqtəsinə simmetriya mərkəzi deyilir.

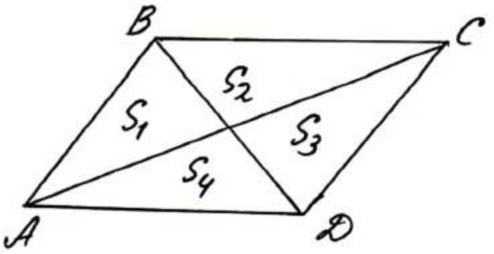
$$OA = OC = \frac{AC}{2}$$

$$OB = OD = \frac{BD}{2}$$



④ Paraleloqramın diaqonalı onu 2 bərabər üçbucağa ayırır.



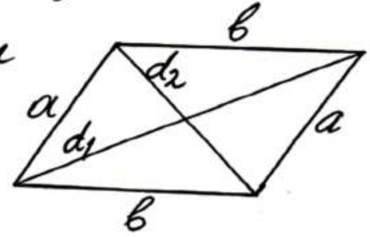


$$S_1 = S_2 = \frac{S_{ABCD}}{2}$$

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = \frac{S_{ABCD}}{4}$$

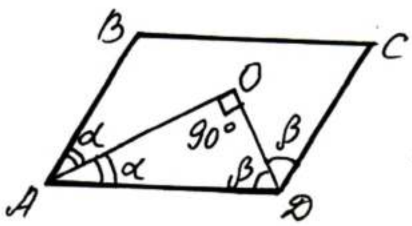
⑤ Paraleloqramın diaqonalları onun daxili bucaqlarının tənböləni deyil.

⑥ Paraleloqramın diaqonallarının kvadratları cəmi onun bütün tərəflərinin kvadratları cəminə bərabərdir.

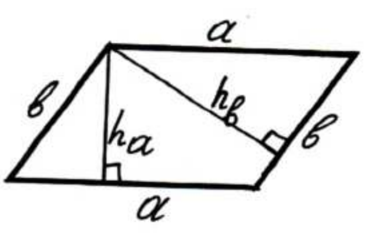


$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$

⑦ Paraleloqramın qonşu təpələrindən çəkilən tənbölənlər arasında qalan bucaq 90°-yə bərabərdir, $\angle O = 90°$

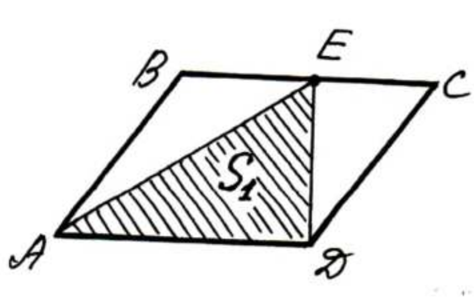


⑧ Paraleloqramın iki hündürlüyü var və bu hündürlüklərlə bağlı aşağıdakı düstur var



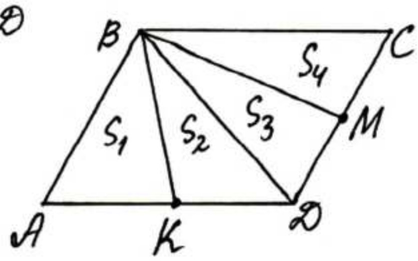
$$a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

⑨ E nöqtəsi BC parçası üzərində ixtiyari nöqtədirsə,

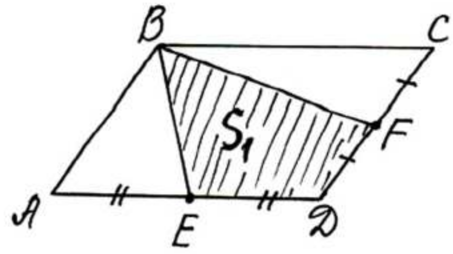


$S_1 = \frac{S_{ABCD}}{2}$ doğrudur.

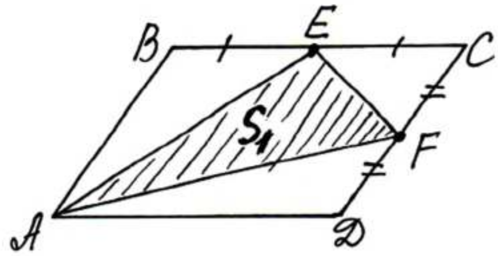
(10) Əgər, paraleloqramda $AK = KD$, $CM = MD$ olarsa, onda $S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = \frac{S_{ABCD}}{4}$



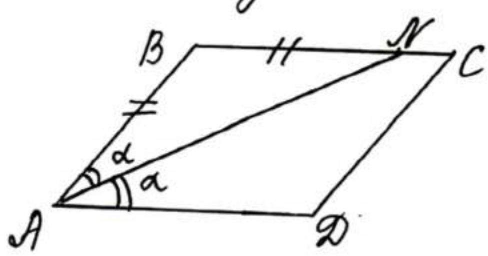
(11) Əgər, paraleloqramda, $AE = ED$; $CF = FD$ olarsa, onda $S_1 = \frac{S_{ABCD}}{2}$ düsturu doğrudur



(12) Əgər, $BE = EC$; $CF = FD$ olarsa, onda $S_1 = \frac{3}{8} S_{ABCD}$

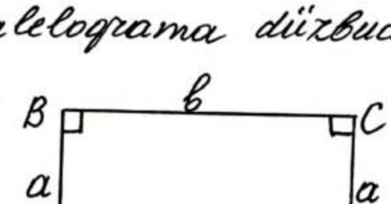


(13) Əgər paraleloqramda AN parçası A bucağının tənbölənidirsə, onda $AB = BN$ olur

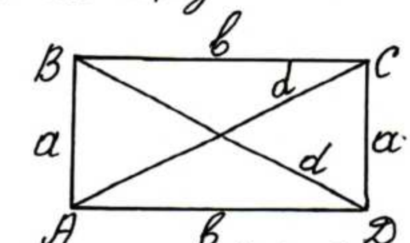


Düzbucaqlı

Bütün bucaqları düz bucaq olan paraleloqrama düzbucaqlı deyilir. $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$



Düzbucaqlı paraleloqramın xüsusi halı olduğu üçün, paraleloqram üçün yazılan bütün xassələr düzbucaqlı üçün də doğrudur. Bundan başqa düzbucaqlının aşağıdakı xassələri də vardır.



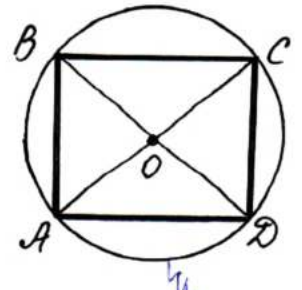
(1) Düzbucaqlının diaqonalları bərabərdir.

$AC = BD = d$

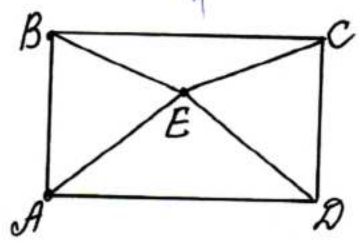
(2) Düzbucaqlının diaqonalı və tərəfləri arasında belə bir əlaqə var. $d^2 = a^2 + b^2$

③ Düzbucaqlının diaqonalları daxili bucaqlarının tənbölənı deyil.

④ Düzbucaqlının xaricinə çevrə çəkmək olar. Bu çevrənin radiusu düzbucaqlının diaqonalının yarısına bərabərdir, mərkəzi isə diaqonalların kəsişmə nöqtəsindədir.

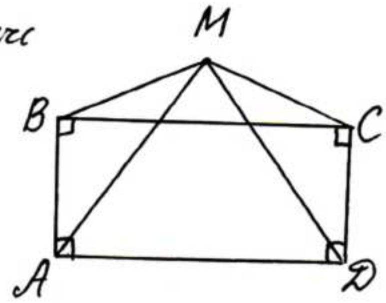


⑤ E nöqtəsi düzbucaqlının daxilində ixtiyari nöqtədirsə, onda aşağıdakı düstur həmişə doğrudur.



$$|BE|^2+|ED|^2=|AE|^2+|EC|^2$$

⑥ M nöqtəsi düzbucaqlının xaricində ixtiyarı nöqtədirsə, onda aşağıdakı düstur həmişə doğrudur.

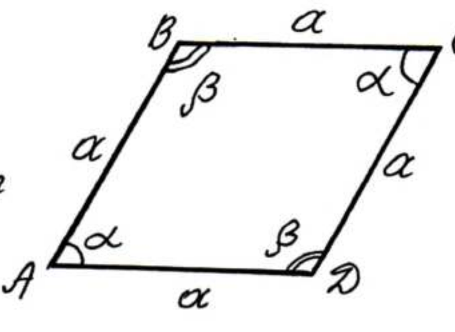


$$|BM|^2+|DM|^2=|MA|^2+|MC|^2$$

Romb.

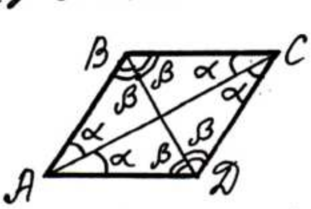
Bütün tərəfləri bərabər olan paraleloqrama romb deyilir.

$$AB=BC=CD=AD=a$$



Romb paraleloqramın xüsusi halı olduğu üçün, paraleloqram üçün yazılan bütün xassələr romb üçün də doğrudur. Bundan başqa romb üçün aşağıdakı xassələr də vardır.

① Rombun diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyardır. $|AC|\perp|BD|$



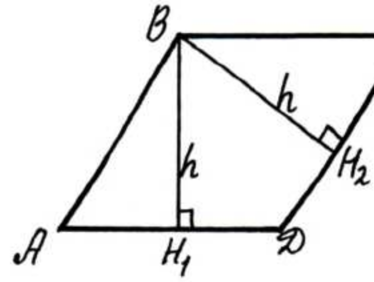
② Rombun diaqonalları onun daxili bucaqlarının tənbölənidir

③ Rombun diaqonalları ilə tərəfi arasında belə bir əlaqə var.

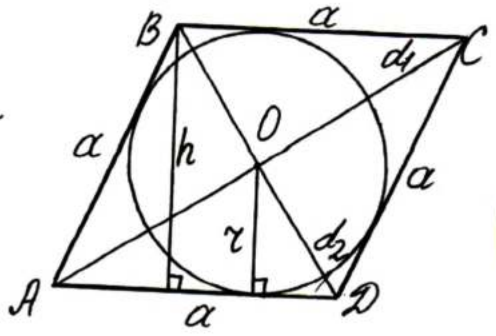
$$d_1^2+d_2^2=4a^2$$

④ Rombun hündürlükləri bərabərdir.

$$BH_1 = BH_2 = h$$



⑤ Rombun daxilinə çevrə çəkmək olar. Bu çevrənin radiusu rombun hündürlüyünün yarısına bərabərdir. Çevrənin mərkəzi isə diagonalların kəsişmə nöqtəsinə düşür.



$$r = \frac{h}{2} \Rightarrow h = 2r$$

$$h = \frac{d_1 d_2}{2a}$$

$$r = \frac{h}{2} = \frac{d_1 d_2}{2\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}$$

$$h = \frac{d_1 d_2}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}$$

Misal. Diagonalları 10 və 24 sm olan rombun perimetrini və daxilə çəkilmiş çevrənin radiusunu tapın

$$d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$$

$$4a^2 = 10^2 + 24^2$$

$$4a^2 = 576$$

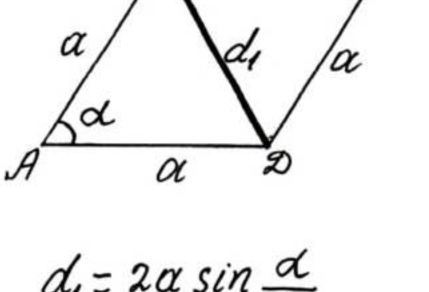
$$a^2 = 169 \Rightarrow a = 13$$

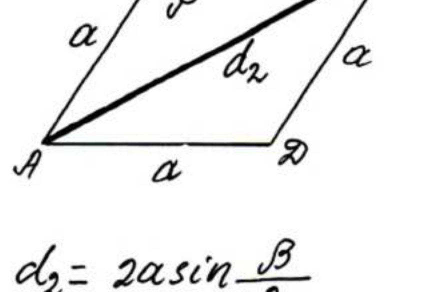
$$P = 4a = 4 \cdot 13 = 52$$

$$h = \frac{d_1 d_2}{2a} = \frac{24 \cdot 10}{2 \cdot 13} = \frac{120}{13}$$

$$r = \frac{h}{2} = \frac{120}{13} \cdot \frac{1}{2} = \frac{60}{13}$$

* Qeyd.





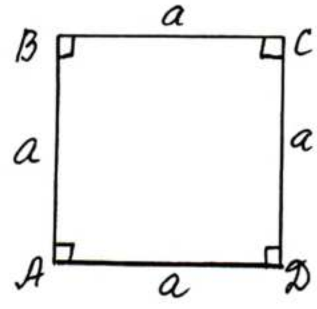
$$d_1 = 2a \sin\frac{\alpha}{2}$$

$$d_2 = 2a \sin\frac{\beta}{2}$$

Kvadrat

Bütün tərəfləri bərabər olan düzbucaqlıya kvadrat deyilir.

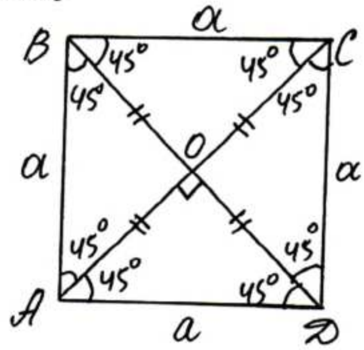
$|AB| = |BC| = |CD| = |AD| = a$



Düzbucaqlının, rombun, paraleloqramın bütün xassələri kvadrata da aiddir.

Kvadratın əlavə aşağıdakı xassələri var.

1. Kvadratın diaqonalları bərabərdir
2. Kvadratın diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyardır
3. Kvadratın diaqonalları kəsişir və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür



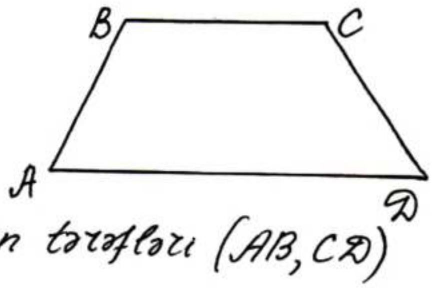
4. Kvadratın diaqonalları bucaqlarının tənbölənidir.
5. Kvadratın diaqonalı ilə tərəfi arasında belə bir əlaqə var. $d = a\sqrt{2}$
6. Kvadratın daxilinə və xaricinə çevrə çəkmək olar. Bu çevrələrin mərkəzi diaqonalların kəsişmə nöqtəsidir.

Daxilə çəkilmiş çevrənin radiusu $r = \frac{a}{2}$

Xaricə çəkilmiş çevrənin radiusu $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ - dir

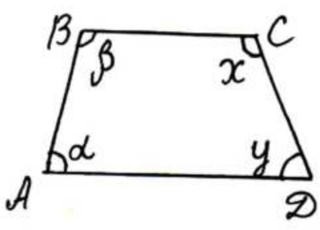
Trapesiya

Yalnız iki tərəfi paralel olan dördbucaqlıya trapesiya deyilir $|BC| \parallel |AD|$



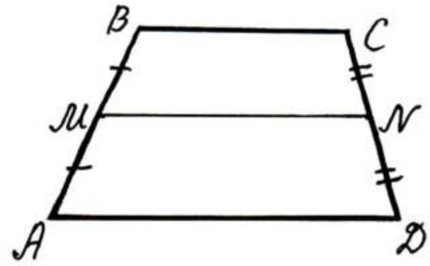
Paralel tərəflərə trapesiyanın oturacaqları (BC, AD), paralel olmayan tərəflərə isə trapesiyanın yan tərəfləri (AB, CD) deyilir.

Trapesiyanın aşağıdakı xassələri var:



1. Trapesiyanın yan tərəfinə bitişik bucaqların cəmi $180°$-dir. $\alpha + \beta = x + y = 180°$

② Yan tərəflərin orta nöqtələrini birləşdirən düz xətt parçasına orta xətt deyilir və oturacaqların cəminin yarısına bərabərdir.

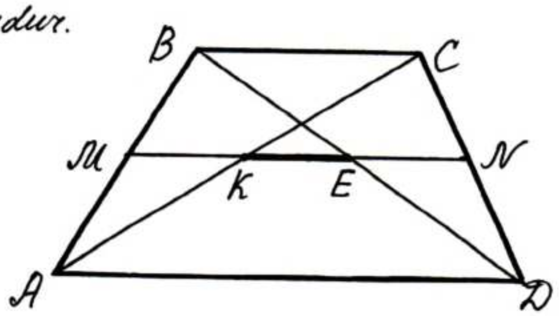


$$MN = \frac{BC+AD}{2}$$

Orta xətt oturacaqlara paraleldir

MN- orta xətt isə,

$$KE = \frac{AD-BC}{2}$$ düsturu doğrudur.



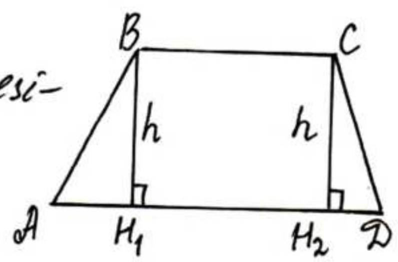
habelə, $EN = MK = \frac{BC}{2}$

$$ME = KN = \frac{AD}{2}$$

$AK = KC$, $BE = ED$ bərabərlikləri doğrudur

Yəni, orta xətt diaqonalları yarı bölür.

③ Trapesiyanın oturacaqları arasındakı məsafəyə onun hündürlüyü deyilir. Trapesiyanın hündürlükləri bərabərdir.



$$|BH_1| = |CH_2| = H$$

Trapesiyanın iki xüsusi halı vardır.

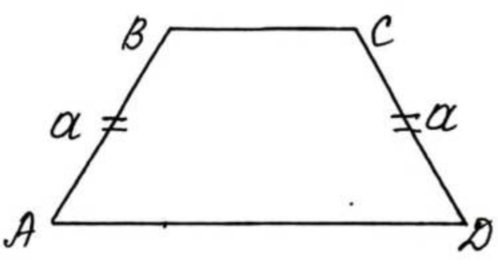
1) bərabəryanlı trapesiya

2) düzbucaqlı trapesiya.

Bərabəryanlı trapesiya

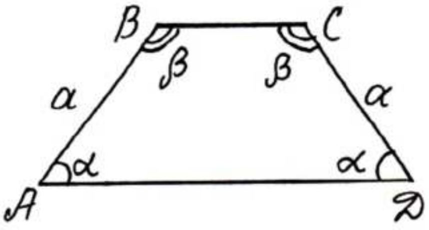
Yan tərəfləri bərabər olan trapesiyaya bərabəryanlı trapesiya deyilir

$$|AB| = |CD| = a$$



Bu trapesiyanın aşağıdakı xassələri vardır:

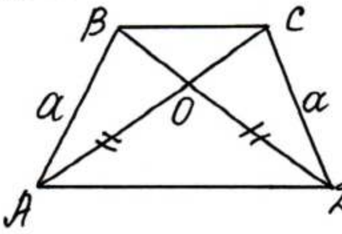
① Oturacağa bitişik bucaglar bərabərdir



$\angle A = \angle D = \alpha$

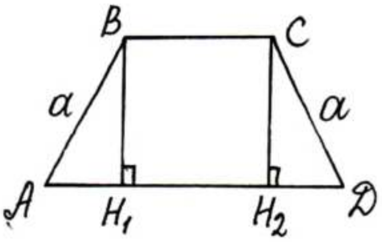
$\angle B = \angle C = \beta$

② Bərabəryanlı trapesiyanın diagonalları bərabərdir

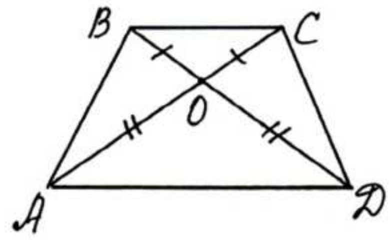


$|AC| = |DB|$

③ $|AH_1| = |DH_2| = \dfrac{AD - BC}{2}$



④ O nögtəsi diagonalların kəsişmə nögtəsidirsə,

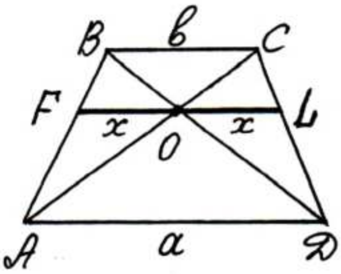


$|AO| = |OD|$

$|BO| = |OC|$

⑤ Diagonallar perpendikulyar oldugda hündürlük orta xəttə bərabərdir.

⑥ Bərabəryanlı trapesiyada, O-diagonalların kəsişmə nögtəsi, $FL \parallel BC$ oldugda

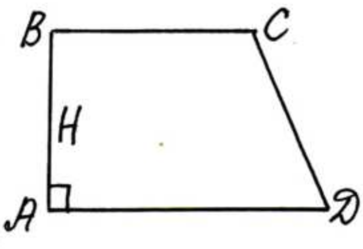


$|FL| = \dfrac{2ab}{a+b}$ düsturu doğrudur

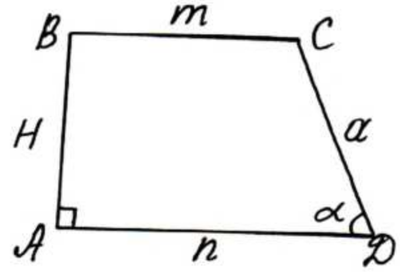
$x = \dfrac{ab}{a+b}$ düsturu doğrudur.

Düzbucaglı trapesiya

Bucaglarından biri düz bucag olan trapesiyaya düzbucaglı trapesiya deyilir. $|AB| = H$, yəni yan tərəflərdən biri hündürlükdür.



Düzbucaqlı trapesiya üçün aşağıdakı xassələr vardır.

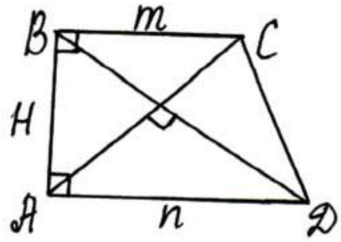


① $AB=H$, $BC=m$, $\angle CDA=\alpha$

$AD=n$, $CD=a$ olarsa,

$H=a\cdot\sin\alpha$ $\quad H=(n-m)\cdot tg\alpha$

$\frac{n-m}{a}=\cos\alpha$ bərabərlikləri doğrudur.

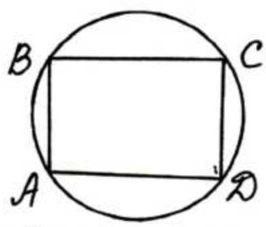


② Diaqonalları perpendikulyar, yəni $AC\perp BD$ olarsa, onda

$$H^2=m\cdot n$$

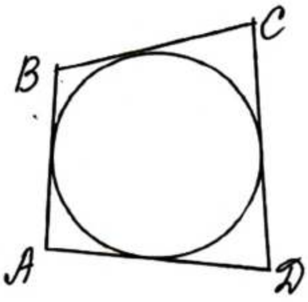
düsturu doğrudur.

Daxilə və xaricə çəkilmiş çevrələr.



① Qarşı bucaqlarının cəmi $180°$-yə bərabər olan dördbucaqlının xaricinə çevrə çəkmək olar. Tərsinə, çevrə daxilinə çəkilmiş dördbucaqlının qarşı bucaqlarının cəmi $180°$-yə bərabərdir, yəni

$\angle B+\angle D=\angle A+\angle C=180°$ olarsa, dördbucaqlının xaricinə çevrə çəkmək olar.



② Qarşı tərəflərinin cəmi bərabər olan dördbucaqlının daxilinə çevrə çəkmək olar. Tərsinə, çevrə xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının qarşı tərəflərinin cəmi bərabərdir.

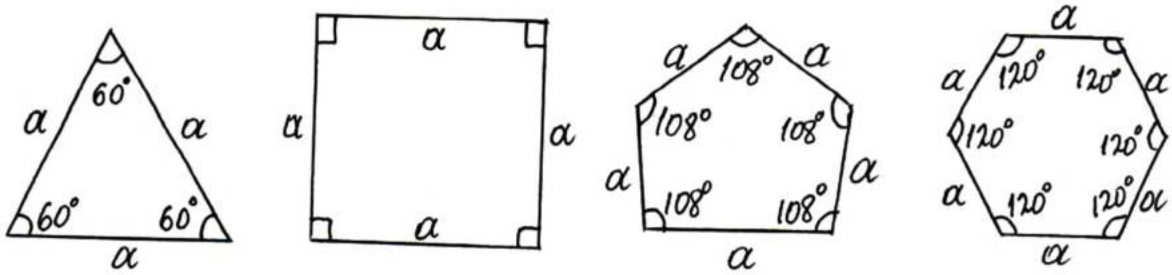
Yəni, $AB+CD=BC+AD$ olarsa, dördbucaqlının daxilinə çevrə çəkmək olar.

* Paraleloqramın daxilinə və xaricinə çevrə çəkmək olmaz
* Düzbucaqlının yalnız xaricinə çevrə çəkmək olar
* Kvadratın həm daxilinə, həm də xaricinə çevrə çəkmək olar
* Rombun yalnız daxilinə çevrə çəkmək olar
* Yalnız bərabəryanlı trapesiyanın xaricinə çevrə çəkmək olar.

* Trapesiyanın qarşı tərəflərinin cəmi bir-birinə bərabərdirsə, onda bu trapesiyanın daxilinə çevrə çəkmək olar.

Düzgün çoxbucaqlılar

Bütün bucaqları və tərəfləri bərabər olan çoxbucaqlıya düzgün çoxbucaqlı deyilir.



Şəkillərdə olan bərabərtərəfli üçbucaq, kvadrat, düzgün beşbucaqlı, düzgün altıbucaqlı düzgün çoxbucaqlılara aid nümunələrdir.

* Düzgün çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi $180°(n-2)$-yə bərabərdir.

* Düzgün çoxbucaqlının bir daxili bucağı isə $\frac{180°(n-2)}{n}$-dir

* Düzgün çoxbucaqlının hər bir xarici bucağı $\frac{360°}{n}$-dir.

* Düzgün altıbucaqlının bir xarici bucağı $\alpha = \frac{360°}{n} = \frac{360°}{6} = 60°$

bir daxili bucağı isə $\beta = \frac{180°(n-2)}{n} = \frac{180°(6-2)}{6} = \frac{180° \cdot 4}{6} = 120°$

* Düzgün n-bucaqlının tərəfi a isə, onun perimetri $P = n \cdot a$ olur.

* İstənilən düzgün çoxbucaqlının daxilinə və xaricinə çevrə çəkmək olar və bu çevrələrin mərkəzləri üst-üstə düşür.

* Düzgün çoxbucaqlının daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusu

$$\boxed{r = \frac{a_n}{2tg\frac{180°}{n}}}$$ düsturu ilə hesablanır

* Düzgün çoxbucaqlının xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusu

$$\boxed{R = \frac{a_n}{2\sin\frac{180^\circ}{n}}}$$ düsturu ilə hesablanır

* Düzgün çoxbucaqlının xaricinə çevrə çəkilibsə, onun sahəsi $\boxed{S = \frac{1}{2} n R^2 \sin\frac{360^\circ}{n}}$ düsturu ilə hesablanır

* Düzgün çoxbucaqlının daxilinə çevrə çəkilibsə, onun sahəsi $\boxed{S = \frac{1}{2} P \cdot r}$ düsturu ilə hesablanır.

Düzgün çoxbucaqlının daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusuna onun apofemi deyilir.
Bu düsturların hamısında a_n – tərəf, n – tərəflərin sayı, P – isə perimetrdir.

* Düzgün n-bucaqlının daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiusları arasında belə bir əlaqə var.

$$\boxed{r = R\cos\frac{180^\circ}{n}}$$

Misal. Yuxarıdakı düsturlardan istifadə edərək, məsələn, $n=3$ yazmaqla düzgün üçbucağın, $n=4$ yazmaqla kvadratın tərəfləri və xaricinə, daxilinə çəkilmiş çevrələrin radiusları arasında əlaqə yaratmaq olar.

a) $n=3$ olduqda,

$$a_3 = 2R\sin\frac{180^\circ}{3} = 2R\sin 60^\circ = 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$$

$$a_3 = 2r\,tg 60^\circ = 2\sqrt{3}r$$

$$r = R\cos\frac{180^\circ}{3} = R\cos 60^\circ = R \cdot \frac{1}{2} = \frac{R}{2} \Rightarrow R = 2r.$$

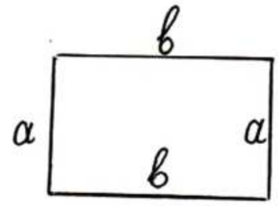
b) $n=4$ olduqda

$$a_4 = 2R\sin 45^\circ = R\sqrt{2}\;;\; a_4 = 2r\,tg 45^\circ = 2r \cdot 1 = 2r\,,\quad R = \sqrt{2}\,r$$

Fiqurların sahələri.

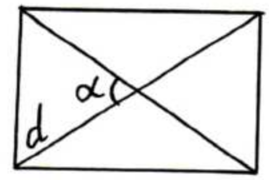
Düzbucaqlının sahəsi

1) Düzbucaqlının sahəsi eni ilə uzunluğunun hasilinə bərabərdir



$$S=a\cdot b$$

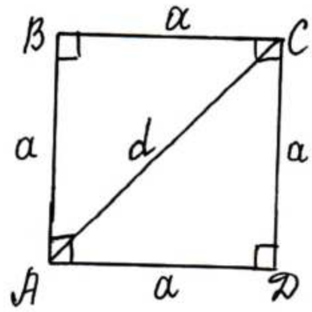
2). Düzbucaqlının sahəsi onun diaqonalının kvadratı ilə diaqonalları arasındakı bucağın sinusu hasilinin yarısına bərabərdir.



$$S=\frac{1}{2}d^2\cdot\sin\alpha$$

Kvadratın sahəsi

Kvadratın eni, uzunu bərabər olduğundan

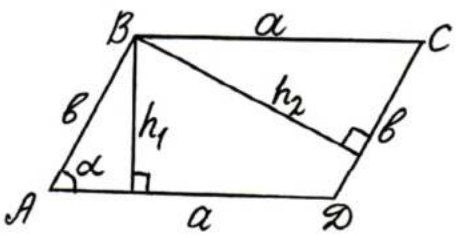


$S=a^2$ və ya

$S=\frac{1}{2}d^2$, burada d- diaqonaldır

Paraleloqramın sahəsi

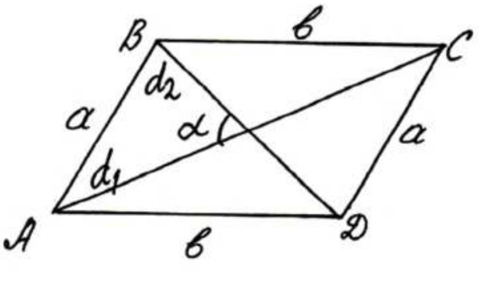
① Paraleloqramın sahəsi bir tərəfi ilə həmin tərəfə çəkilən hündürlüyü hasilinə bərabərdir.



$$S=a\cdot h_1=bh_2$$

② Paraleloqramın sahəsi iki qonşu tərəfi ilə bu tərəflər arasındakı bucağın sinusu hasilinə bərabərdir.

$$S=ab\sin\alpha$$



③ $S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\alpha$

d_1, d_2 – diaqonallardır